

LOS ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS EN EL ÁMBITO UNIVERSITARIO

Luis J. Rodríguez-Muñiz (Coordinador)¹, Rafael Crespo², Irene Díaz¹, Mario Fioravanti³, Lluís Miquel García-Raffi⁴, María Isabel González-Vasco⁵, Laureano González Vega³, Matilde Lafuente⁶, Jesús Montejo-Gámez⁷, Francisco A. Ortega⁸, Raquel Mallavibarrena (Coordinadora de los dos bloques de educación)⁹

1: Universidad de Oviedo

2: Universitat de València

3: Universidad de Cantabria

4: Universitat Politècnica de València

5: Universidad Rey Juan Carlos

6: Universidad de Murcia

7: Universidad de Granada

8: Universidad de Sevilla

9: Universidad Complutense de Madrid

1. LOS ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS EN EL ÁMBITO UNIVERSITARIO

1.1. El Sistema Universitario Español: dimensión y financiación

El Sistema Universitario Español estaba integrado, en 2019, por un total de 84 universidades con las siguientes características: 50 universidades públicas (47 presenciales, 1 no presencial y 2 universidades especiales: UIMP y UIA) y 34 universidades privadas (28 presenciales y 6 no presenciales), aunque muy recientemente se ha aprobado la creación de, al menos, 4 universidades privadas más en distintas comunidades autónomas.

Si se compara con Estados Unidos, teniendo en cuenta el número de habitantes por universidad, se observa que en EE.UU., con 323,1 millones de habitantes, hay una universidad por cada 381.463 habitantes. Por el contrario, en España, con 46,4 millones de habitantes hay una universidad por cada 552.380 habitantes, un número de universidades que es un 31% inferior a las que corres-

ponderían aplicando los parámetros de EE.UU. Sin embargo, si se restringe el análisis a las universidades con producción investigadora, se observa que España se encuentra en los estándares de los grandes países desarrollados, con 760.656 habitantes por universidad con producción investigadora. España tiene una oferta de instituciones universitarias completamente equiparable a la de otros países desarrollados, con universidades de un tamaño (en número de alumnado) algo mayor que el habitual en los países anglosajones y equivalente al de otros países continentales europeos.

La mayoría de países europeos han priorizado el gasto público en educación superior en sus presupuestos, incluso habiendo registrado durante la crisis (2008-2012) niveles de retroceso del PIB similares al de España, porque entendieron que en la educación superior y en la I+D están la base de su competitividad presente y futura (OCDE, 2018). Sin embargo, en España, la aplicación de la política de estabilidad presupuestaria ha recortado la financiación y el gasto público universitario, hasta tal punto que se ha retrocedido a niveles de 1995 en términos porcentuales de PIB. Pese a esta situación, en la década de 2005 a 2014 la producción científica anual se incrementó, pasando de 0,45 documentos por persona investigadora a 0,8, según datos del Observatorio de la Actividad Investigadora en la Universidad Española (IUNE). El Sistema Universitario Español se financia, como en la mayoría de países europeos, con una alta proporción de recursos públicos. Según el último dato disponible, en 2013 España utilizaba menos recursos totales que la media de los países de la Unión Europea a 27 y de la OCDE. También utilizaba menos recursos públicos: este valor se mantiene en el 1,3% del PIB, frente al 1,5% del PIB de la UE a 27 y 1,6% del PIB de la OCDE. El Informe del gasto público en educación de 2016, publicado en noviembre de 2018, consigna un 0,80% del PIB de gasto en Educación Universitaria (Ministerio de Educación, 2016).

1.2. Titulaciones de grado y doble grado en Matemáticas y en Estadística en las universidades públicas

Durante el curso 2018/2019, de las 47 universidades públicas presenciales, en 26 de ellas se impartieron titulaciones de grado en Matemáticas, además del grado que ofrece la UNED. Territorialmente, es posible cursar un grado en matemáticas en 15 de las 17 comunidades autónomas. En las comunidades de Navarra y Castilla-La Mancha, si bien existen departamentos universitarios de matemáticas, no se ofertan titulaciones de grado en Matemáticas.

Durante el curso 2018/2019, de las 47 universidades públicas presenciales, en 26 de ellas se impartieron titulaciones de grado en Matemáticas, además del grado que ofrece la UNED. Territorialmente, es posible cursar un grado en matemáticas en 15 de las 17 comunidades autónomas

En el curso 18/19 estuvieron en activo 52 títulos de estas características, de los cuales 27 fueron grados de Matemáticas y el resto fueron dobles grados, también conocidos como programas conjuntos de estudios oficiales (PCEO). En orden decreciente, los grados conjuntos en Matemáticas se han combinado con Informática (en 11 ocasiones), Física (9), Ingeniería de Telecomunicación (2), Estadística (1), Educación Primaria (1), Economía (1), Economía y Estadística (1), Administración de Empresas (1), Ingeniería Telemática (1), Ingeniería Física (1), Ciencia e Ingeniería de Datos (1), Ingeniería Aeroespacial (1), Tecnologías Industriales (1) e Ingeniería Civil (1). Además, se impartieron 4 grados mixtos (grados de 240 créditos que combinan matemáticas y otro ámbito): Matemáticas e Informática, Matemática Computacional, Ingeniería Matemática, y Matemáticas y Estadística, con una oferta total de 195 plazas y notas de corte entre 10,655 y 11,267.

También se pueden cursar 10 grados relacionados con la Ciencia de Datos, bajo distintas denominaciones: Ciencia de Datos, Ciencia de Datos Aplicada, Ciencia e Ingeniería de Datos, Datos y Analítica de Negocio, Ingeniería Matemática Aplicada al Análisis de Datos, Ingeniería Matemática en Ciencia de Datos, y Matemática Computacional y Analítica de Datos, con una oferta en el curso 2018/2019 de 375 plazas y notas de corte entre 6,11 y 11,81. Aunque algunos de estos grados en Ciencia de Datos van a comenzar a implantarse en el curso 2019-2020, por lo que resulta difícil extraer conclusiones generales sobre su comportamiento y evolución.

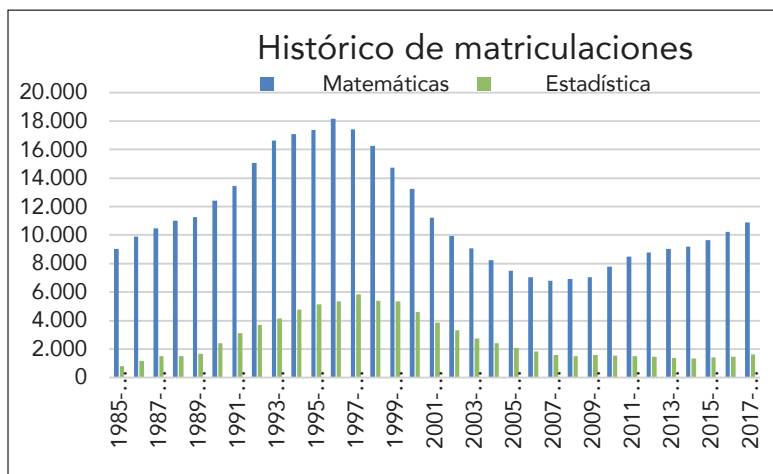
En el ámbito de la estadística se imparten 7 grados de Estadística, con un total de 330 plazas, y otros 5 orientados a las aplicaciones de la estadística en las ciencias sociales, con denominaciones diversas: Estadística y Empresa (2), Estadística Aplicada (2), y Estadística Empresarial (1), con una oferta de 235 plazas. En estos 11 grados, adicionalmente a las asignaturas propias de probabilidad y estadística, se estudia un número de créditos de otro tipo de formación matemática que oscila entre 18 y 42 créditos.

1.3. Análisis de las titulaciones de grado y doble grado en Matemáticas y en Estadística

1.3.1. Alumnado de nuevo ingreso, matriculado y egresado

La evolución histórica de matriculaciones en titulaciones de Matemáticas y Estadística puede apreciarse en la figura 1.

Figura 1. Evolución de la matrícula en grados de matemáticas y estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Centrándonos en los últimos años, la evolución en los cursos 2013/2014, 2014/2015, 2015/2016, 2016/2017 y 2017/2018 de las poblaciones de alumnado vinculadas a las titulaciones de grado y doble grado de matemáticas y de estadística, es la que se observa en la tabla 1:

Tabla 1. Evolución de la matrícula total y de nuevo ingreso en los grados de matemáticas y estadística

| Curso | 2013/2014 | 2014/2015 | 2015/2016 | 2016/2017 | 2017/2018 | Incremento total |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------|------------------|
| Nuevo ingreso | 2.899 | 2.988 | 3.211 | 3.405 | 3.978 | 37,21% |
| Matrícula total | 8.861 | 8.983 | 9.657 | 10.210 | 12.520 | 41,29% |
| Egreso | 825 | 903 | 958 | 980 | No disponible | 18,79% |

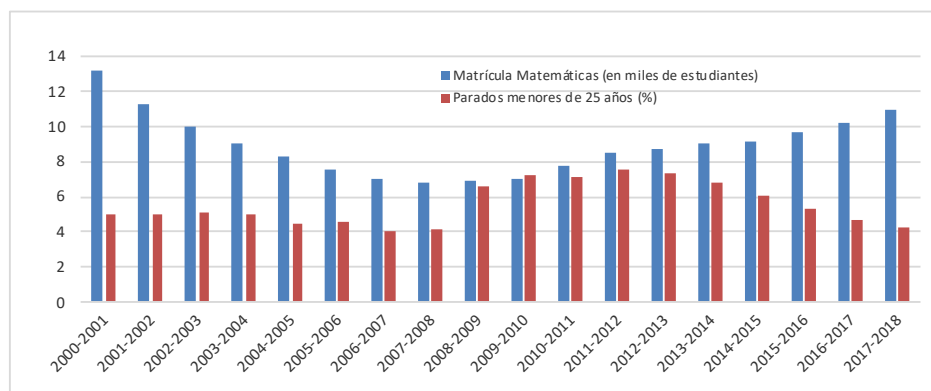
Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Estas cifras demuestran que la integración de los planes de estudio universitarios españoles en el Espacio Europeo de Educación Superior ha favorecido el ingreso de nuevo estudiantado en Matemáticas, atraído por la oferta de dobles titulaciones. Es preciso señalar también las cifras de egreso, una fase que antes de la adaptación a la convergencia europea presentaba cifras que mostraban la dificultad del progreso del alumnado de acuerdo con lo dispuesto en los planes de estudios. Parece que las cifras actualmente mejoran, aunque posteriormente señalaremos los problemas de abandono que se están diagnosticando.

A partir del año 2008, momento en que se asume la existencia de una crisis económica global, se produce un incremento global notable en las cifras de matriculación en los grados de matemáticas y estadística de cada cohorte respecto a la anterior, notablemente más pronunciado en el caso de las titulaciones de matemáticas

Por otro lado, es interesante comparar la evolución del número de alumnado matriculado y la tasa de paro para menores de 25 años, como se observa en la figura 2.

Figura 2. Evolución de la matrícula de matemáticas y de la tasa de paro de menores de 25 años



Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Ministerio de Educación y Formación Profesional y del Ministerio de Trabajo.

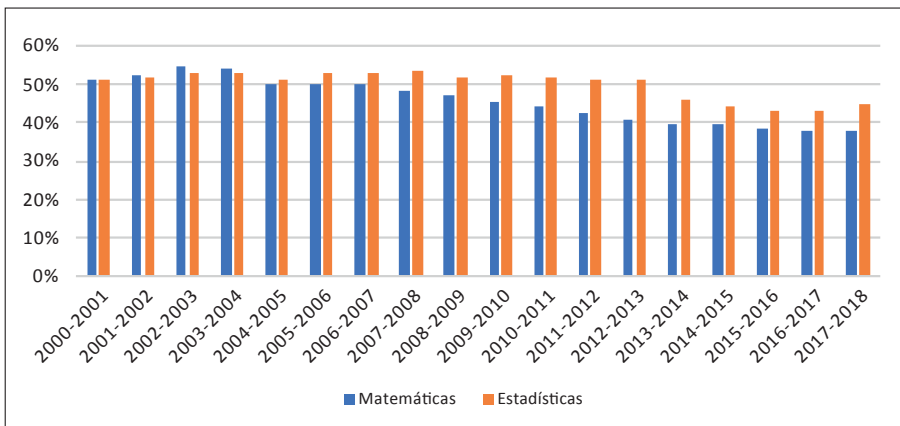
Resulta llamativo observar que el número de matriculados y matriculadas en Matemáticas aumente al mismo tiempo que decae la economía (periodo 2008-2012) y, cuando la economía parece recuperarse con una caída del número de personas en paro, la matriculación en Matemáticas no desciende, sino que se mantiene el interés. Algunos de los motivos que pueden haber contribuido a este incremento son la alta empleabilidad de los egresados y las egresadas en Matemáticas, la difusión en medios de comunicación y redes sociales de numerosas

noticias relativas a esta alta empleabilidad y, quizá también, las expectativas de especialización ligada a la ciencia de datos (véase el capítulo de salidas profesionales en este Libro Blanco). En este ámbito, las dobles titulaciones de matemáticas vinculadas con las nuevas tecnologías presentan un perfil que, aun con datos relativamente recientes, es altamente demandado, como se constata en la relación oferta-demanda de estos grados.

La distribución por sexos indica actualmente una brecha en las preferencias por los estudios de matemáticas, que ha ido aumentando en los últimos años, ya que a principios del siglo XXI la matrícula era más igualitaria o incluso tenía mayoría femenina

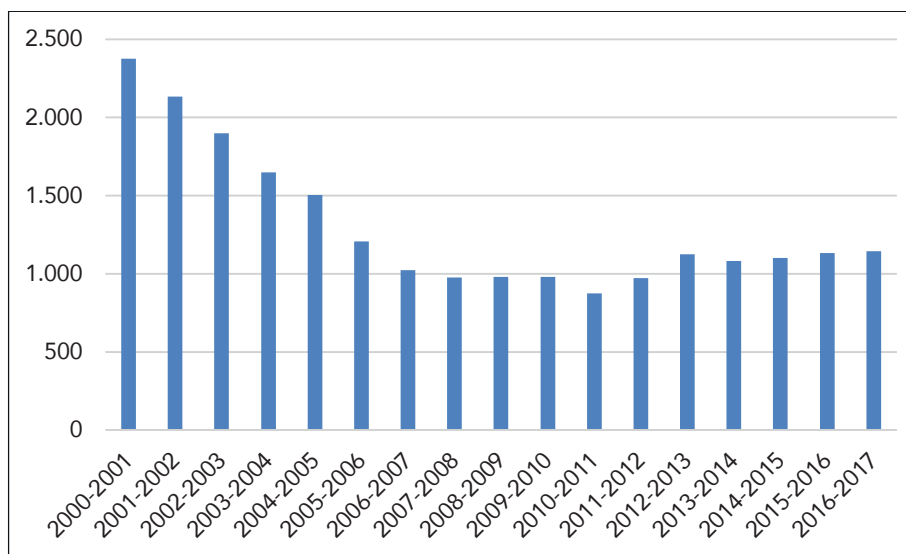
La distribución por sexos indica una reciente estabilidad porcentual (60% hombres y 40% mujeres) con pequeñas oscilaciones, lo cual sugiere la existencia de una notable brecha en las preferencias por los estudios de Matemáticas (véase el capítulo de Igualdad de Género en este Libro Blanco). Se demuestra, asimismo, que la brecha ha ido aumentando en los últimos años, ya que, como se observa, a principios del siglo XXI la matrícula era más igualitaria o incluso tenía mayoría femenina. Esta diferencia resulta menor cuando solo se analizan los grados de Matemáticas de forma segregada respecto a los que combinan con otras áreas (física, informática) caracterizadas por exhibir un comportamiento más sesgado en lo relativo a la distribución de matrículas por sexos (según datos proporcionados por la Conferencia de Decanos de Matemáticas). Las figuras 3, 4 y 5 ilustran las anteriores afirmaciones.

Figura 3. Porcentaje de mujeres en la matrícula en Matemáticas y Estadística



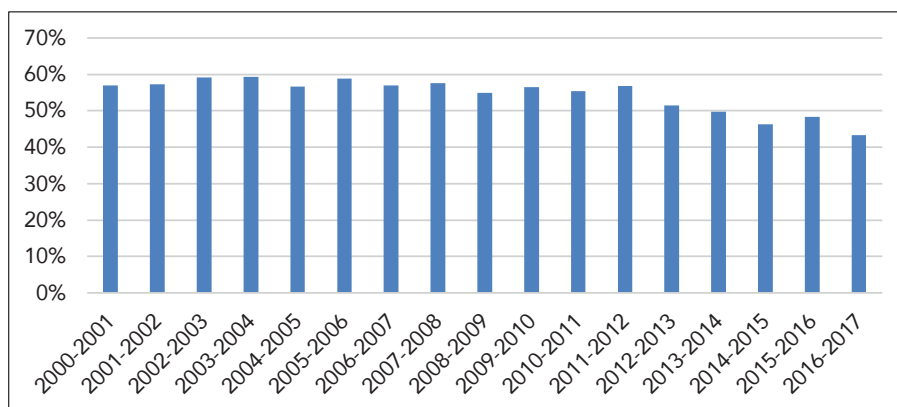
Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Figura 4. Número de egresados y egresadas de Matemáticas y Estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Figura 5. Porcentaje de egresadas en Matemáticas y Estadística

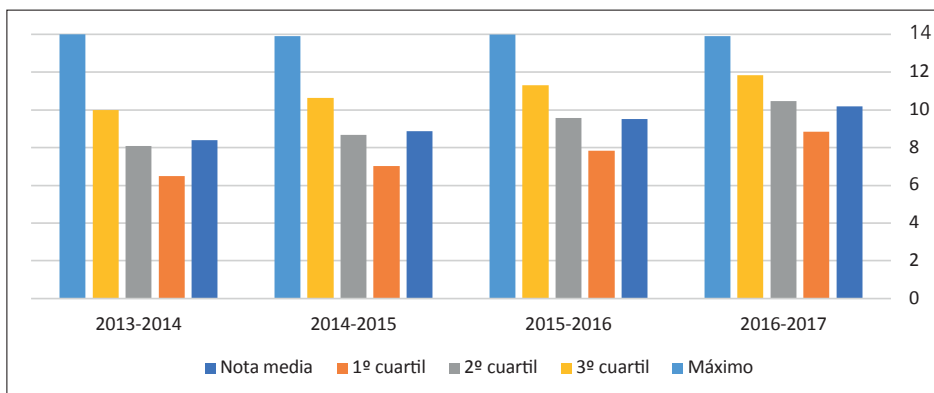


Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Disponemos de la evolución de las notas medias de admisión en el conjunto de los grados de Matemáticas y Estadística, es decir, la media de las notas con las que es admitido el estudiantado, así como de su distribución por cuartiles, que se muestra en la figura 6. Se observa cómo la evolución en los últimos años es creciente, con notas medias que van desde el 8,38 del curso 2013/2014 hasta el

10,17 del curso 2016/2017, alcanzándose máximos de prácticamente 14 puntos en todos los cursos. Es reseñable también cómo el primer cuartil de la nota de admisión crece desde 6,5 puntos hasta 8,83, lo que nos da una idea clara del aumento de la demanda de los estudios de matemáticas y estadística en los últimos años.

Figura 6. Distribución de la nota del alumnado de nuevo ingreso en grados de Estadística y Matemáticas



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Para el caso concreto de los grados de Matemáticas, la Conferencia de Decanos de Matemáticas ha realizado estudios más pormenorizados sobre las notas de admisión. Así, la evolución en los cursos del 2013/2014 al 2017/2018 de las notas de corte medias en la admisión en los grados de Matemáticas es la que se muestra en la tabla 2. Hay que precisar que la nota de corte es la nota con la que ingresa la última o el último estudiante admitido.

Tabla 2. Nota de corte media en los grados de Matemáticas (en el conjunto de los centros en que se imparte)

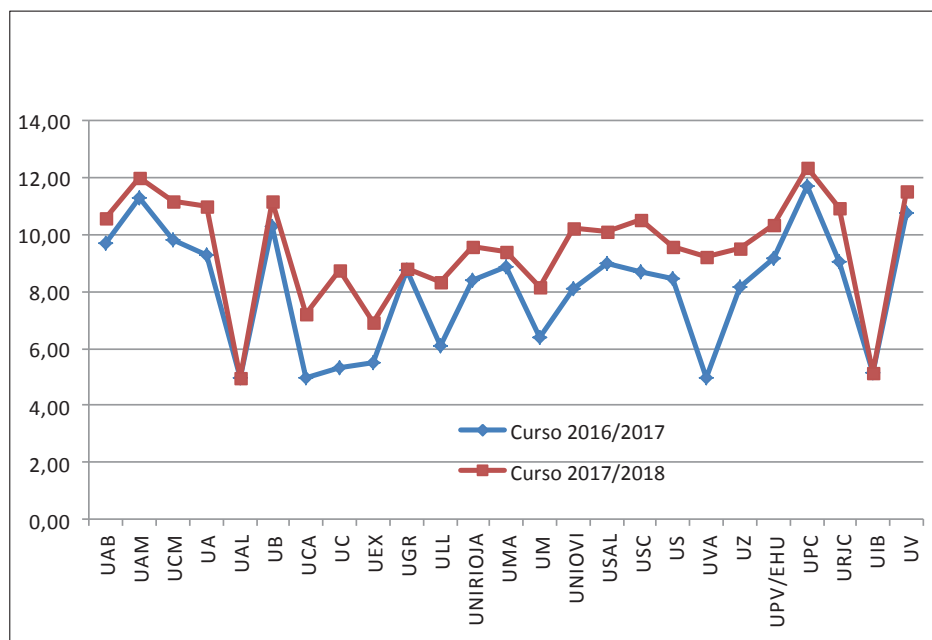
| Curso | 2013/2014 | 2014/2015 | 2015/2016 | 2016/2017 | 2017/2018 | 2018/2019 |
|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Nota de corte | 7,12 | 7,89 | 9,03 | 8,12 | 9,52 | 10,40 |

Fuente: Conferencia de Decanos de Matemáticas.

Si se analizan los datos, se observa un incremento importante de las notas de corte para el acceso a los estudios de grado en Matemáticas en los últimos años, pero si nos centramos exclusivamente en los cursos 2016/2017 y 2017/2018,

se puede apreciar que el incremento es generalizable a todos los centros que imparten la titulación, como se muestra en la figura 7. Este crecimiento se explica por la atracción creciente que exhiben los grados de Matemáticas en los últimos años, debida en buena medida a la baja tasa de paro de los egresados y las egresadas.

Figura 7. Comparación de las notas de corte en la mayoría de las titulaciones de matemáticas



Fuente: Conferencia de Decanos de Matemáticas.

El porcentaje de alumnado becado en los grados de Matemáticas ha experimentado un descenso en los últimos años, con alguna pequeña oscilación en torno al valor central del 27,3%, como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3. Porcentaje de alumnado becado en los grados de Matemáticas

| Curso | 2013/2014 | 2014/2105 | 2015/2016 | 2016/2017 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| % de alumnado becado | 28,88 | 27,63 | 28,68 | 23,91 |

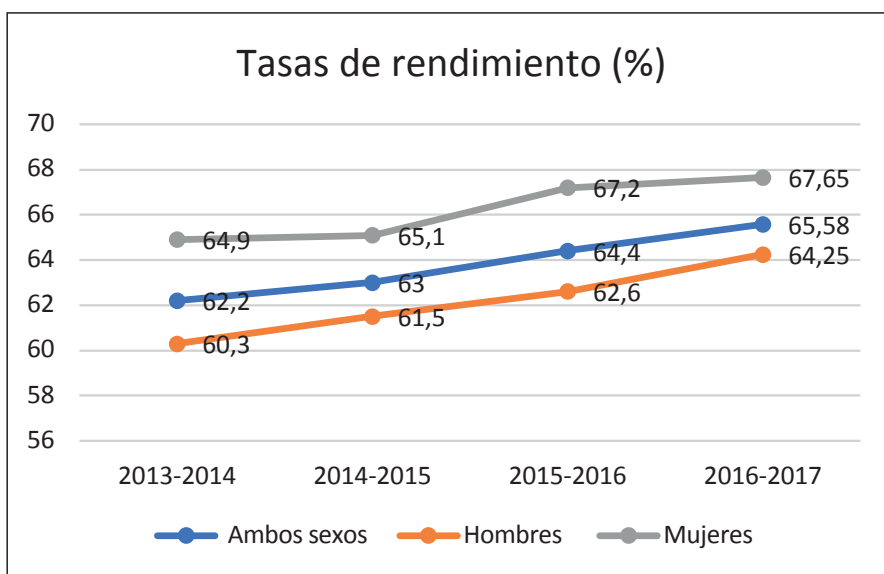
Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

1.3.2. Indicadores universitarios para los grados de Matemáticas y Estadística

En las tasas de rendimiento (relación entre el número de créditos superados frente a número de créditos matriculados) en los cursos 2013/2014, 2014/2015, 2015/2016 y 2016/2017 se está produciendo un suave ascenso, como indica la figura 8. Este crecimiento se explica por el aumento de las notas de corte y por la madurez que los planes de estudio están alcanzando. Hay diferencias de más de tres puntos entre el rendimiento medio de las mujeres con respecto al de los hombres.

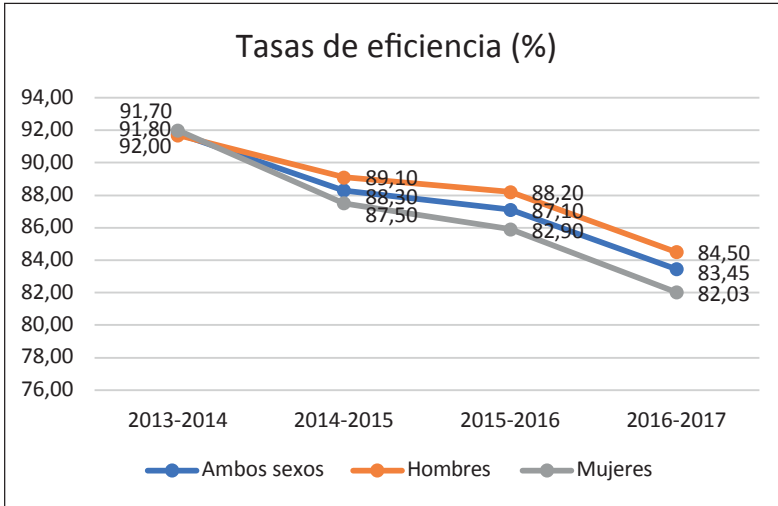
Las tasas de eficiencia de esos mismos cursos (relación entre el número de créditos superados y el número de créditos matriculados desde el inicio de los estudios, véase figura 9), están igualmente experimentando un descenso obvio al ser los datos iniciales los de las primeras cohortes del grado. Este comportamiento es también el esperable en situaciones de no abandono de los estudios.

Figura 8. Tasas medias de rendimiento en los grados de Matemáticas y Estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

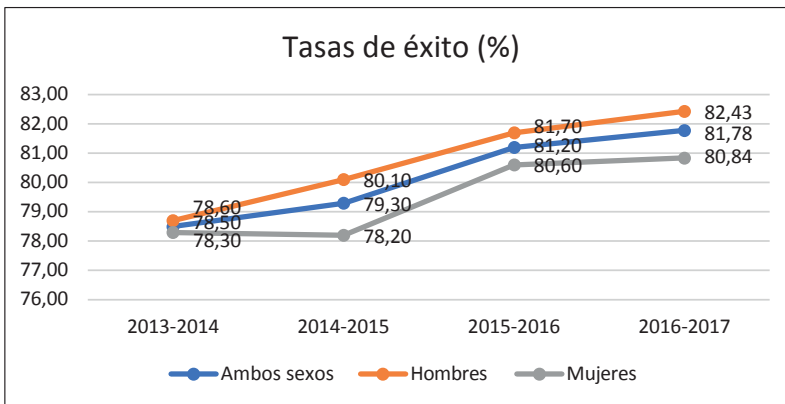
Figura 9. Tasas medias de eficiencia en los grados de Matemáticas y Estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

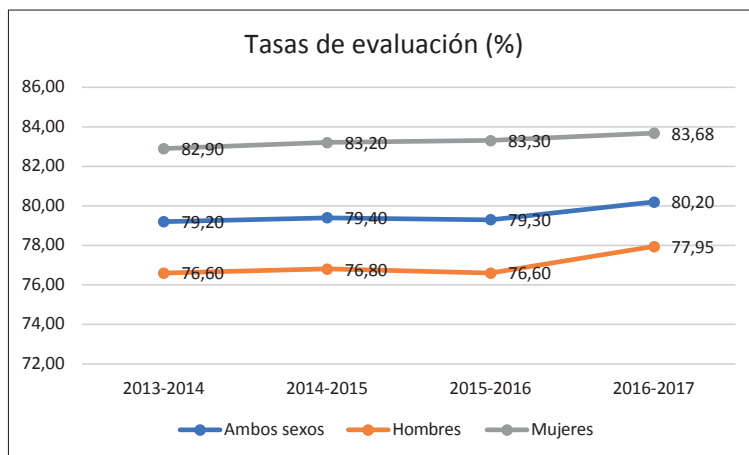
Las tasas de éxito (relación entre el número de créditos superados y el número de créditos presentados) también han aumentado ligeramente (figura 10). Combinado con la información anterior, se advierte que el alumnado ajusta a sus expectativas el número de asignaturas a las que concurre, lo que explica ese crecimiento.

Figura 10. Tasas medias de éxito en los grados de Matemáticas y Estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Figura 11. Tasas medias de evaluación en los grados de Matemáticas y Estadística

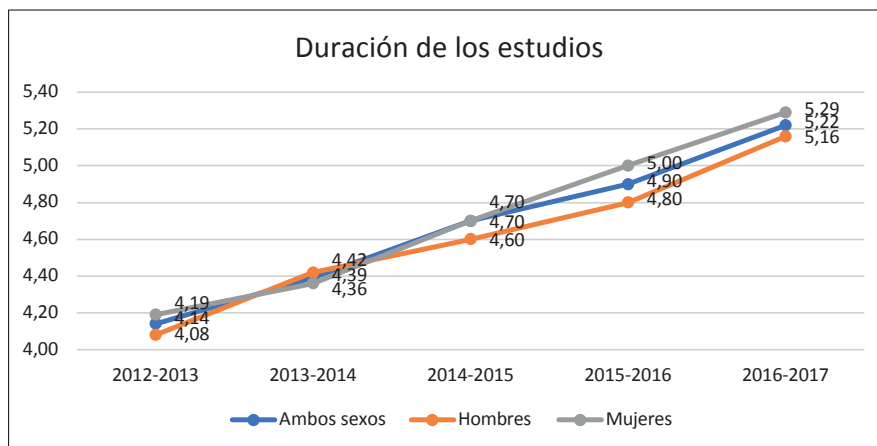


Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Finalmente, la evolución de las tasas de evaluación (relación entre el número de créditos presentados y el número de créditos matriculados) corrobora esta situación (figura 11). El alumnado ajusta las asignaturas de las que se matricula y aquellas a las que se presenta teniendo en cuenta cuestiones como la pérdida de beca si no se alcanza un porcentaje mínimo de éxito y los sobrepagos de las segundas y sucesivas matrículas respecto a las tasas de primera matrícula. En esta tasa de evaluación es donde se observa una mayor diferencia entre mujeres y hombres, siendo estos quienes realizan (a la vista de las tasas de éxito) una selección más rentable.

La duración media de los estudios, diseñados para cuatro años, está exhibiendo un lógico ascenso ya que, a medida que el plan de estudios se va implantando, este parámetro no puede descender mientras no se produzcan abandonos, lo cual sí hubiera resultado preocupante (figura 12). No se observan grandes diferencias entre mujeres y hombres.

Figura 12. Duración media de los estudios de grado en Matemáticas y Estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

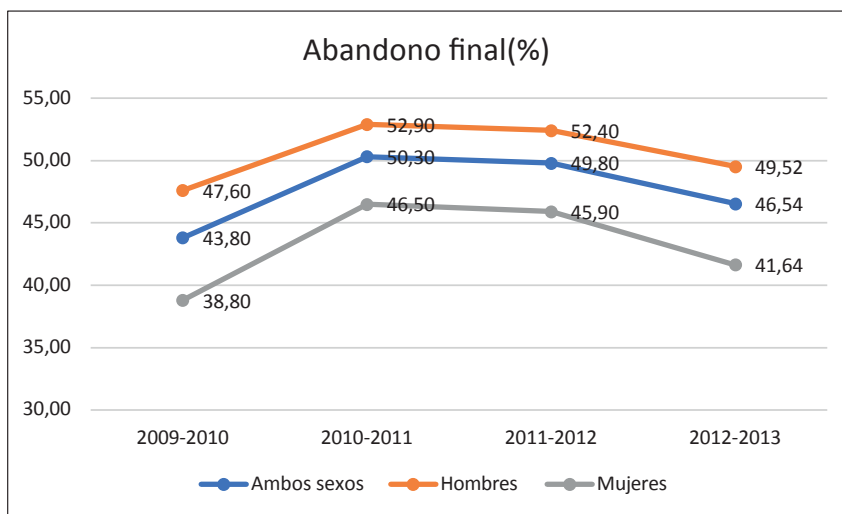
Según datos de la Conferencia de Decanos de Matemáticas (abril 2019), las tasas de abandono inicial, para grados de Matemáticas, son las que se muestran en la tabla 4. Mientras que la figura 13 muestra los datos del ministerio sobre abandono final (suma de los abandonos iniciales y en segundo y tercer año) para los grados de Matemáticas y de Estadística. Se observan varias características. Así, parece que, frente a un primer incremento en ambas tasas de abandono, los últimos años han conseguido invertir esta tendencia, situándose aún en cifras elevadas. También se observa un mayor porcentaje de abandono entre los hombres, que renuncian hasta en casi ocho puntos porcentuales más que las mujeres.

Tabla 4. Porcentaje de abandono inicial (media, mínimo y máximo de los valores de cada universidad) para los grados de Matemáticas

| Cohorte | 2012/2013 | 2013/2014 | 2014/2015 | 2015/2016 |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Media | 29,09 | 28,45 | 29,10 | 25,35 |
| Mínimo | 5 | 11 | 11 | 10 |
| Máximo | 47 | 42 | 41 | 57 |

Fuente: Conferencia de Decanos de Matemáticas (2019).

Figura 13. Evolución de la tasa media de abandono final de los estudios de grado en Matemáticas y Estadística



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Las altas tasas de abandono son un tema de preocupación y análisis por parte de diversas instituciones, sociedades e investigadores, como se ha puesto de manifiesto en las últimas reuniones de la Conferencia de Decanos de Matemáticas. Los estudios realizados sobre el abandono universitario muestran, en general (véase Bernardo et al., 2015), que el rendimiento académico previo, el momento de matriculación, el rendimiento en el primer curso y la asistencia a clase funcionan como variables predictoras del abandono. Se observa una correlación significativa entre la nota de admisión y la continuidad en los estudios. La probabilidad de abandono o cambio de estudios es mayor para el alumnado que se ha matriculado después del inicio de las clases. Los y las estudiantes que asisten regularmente a clase tienen menos probabilidad de abandonar o cambiar de estudios. También hay una correlación negativa entre el abandono y el número de créditos aprobados en el primer curso. De todos modos, es preciso llevar a cabo análisis similares que contemplen la especificidad de los estudios de matemáticas y estadística, particularmente por el cambio tan notable en el perfil de alumnado que se ha producido en los últimos años. Algunos estudios ya se han llevado a cabo en el seno de la Conferencia de Decanos de Matemáticas. Así, en el Grado en Matemáticas, según Corral (2017), el abandono de los estudios engloba causas muy variadas, aunque las más habituales son: el incumplimiento de los

requisitos mínimos de rendimiento que establece cada universidad, el cambio de estudios o de universidad, la incorporación al mundo laboral o el inicio de otra clase de formación.

Existe una clara correlación entre la probabilidad de abandono o cambio de estudios y la nota de admisión a la universidad. Las causas principales del abandono son la dificultad de la carrera y el gran cambio del Bachillerato a la universidad (Corral, 2017). En el análisis realizado por la Conferencia de Decanos de Matemáticas (García, 2019), se indican como otros factores, además de los ya mencionados, que pueden influir en el abandono: las influencias externas en la elección del grado (por ejemplo, la baja tasa de paro y la rápida inserción laboral), el desconocimiento de los contenidos del grado en Matemáticas y la preparación previa.

1.3.3. Programas de movilidad

El número de estudiantes que participan en programas de movilidad se ha incrementado durante los últimos años, pero, a pesar de valorarse muy positivamente por todos los agentes involucrados, sigue siendo bajo, ya que no supera el 2% del total de alumnado matriculado. El tipo de movilidad más utilizado procede del programa Erasmus, con una presencia que oscila entre el 63% y el 72% del estudiantado que realiza movilizaciones en cada universidad. En segundo lugar, se encuentra el programa SICUE, cuyos porcentajes de movilidad oscilan entre un 18% y un 29% respecto al total de movilizaciones.

1.3.4. Dobles grados

Con respecto a los dobles grados (o PCEO) en matemáticas y otro ámbito de estudio, los datos recogidos por el ministerio (QEDU, 2019), son los siguientes:

- Número de créditos del título: entre 315 y 396.
- Oferta de plazas: entre 10 y 60.
- Notas de corte 2017/2018: entre 8,136 y 13,667 (12,25-13,667 para dobles grados de física y matemáticas).
- Rendimiento medio 2015/2016: entre 67% y 100% (en torno al 90% para dobles grados de física y matemáticas).

Según la información recogida por la Conferencia de Decanos de Matemáticas (Otero y González, 2017), la tasa de abandono es inferior al 20% en los

dobles grados de Matemáticas y Física, menor que la de los dobles grados de Matemáticas e Ingeniería Informática y el resto de las dobles titulaciones.

El diseño y organización de los estudios de doble grado requiere una gran coordinación, especialmente cuando se combinan grados de centros diferentes. Entre los principales aspectos clave que se deben tener en cuenta están la coherencia del diseño del itinerario, los horarios y la estructura de los grupos de prácticas y de problemas

El diseño y organización de los estudios de doble grado requieren una gran coordinación, especialmente cuando se combinan grados de centros diferentes. Entre los principales aspectos clave que se deben tener en cuenta, están la coherencia del diseño del itinerario, los horarios y la estructura de los grupos de prácticas y de problemas. Es probable que ocurra que una asignatura determinada se curse en el doble grado en un curso más avanzado que en el grado correspondiente, generando una cierta heterogeneidad en el perfil de los y las estudiantes que comparten aula. También se requiere un esfuerzo especial en la gestión de los programas de movilidad hacia el extranjero, ya que no siempre es posible encontrar un número suficiente de destinos en los que los estudiantes puedan cursar asignaturas de las dos titulaciones. No obstante, los dobles grados han sido, en varias universidades, un elemento de atracción de alumnado muy capaz y han incrementado significativamente la movilidad de estudiantes entre distintas comunidades autónomas.

1.4. Cambios en la formación matemática

1.4.1. Formación por competencias en los grados de Matemáticas y Estadística

Los actuales planes de estudio de los títulos de grado están basados en el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el RD 861/2010, de 2 de julio, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. Dichos títulos están configurados, salvo excepciones, por 240 créditos ECTS distribuidos en cuatro cursos, a razón de 60 créditos por curso. La tipología de las materias o asignaturas comprende materias básicas (60 créditos comunes a todas las universidades españolas), materias obligatorias (específicamente establecidas por cada universidad), materias optativas, prácticas externas (pueden ser obligatorias u optativas) y trabajo de fin de grado (obligatorio en todos los planes de grado). Gran parte del trabajo que se desarrolló en la elaboración de los estudios de los grados de Matemáticas y de Estadística se basó en los

respectivos Libros Blancos, elaborado por sendas comisiones de expertos (ANECA, 2005ab), que fueron previos a la configuración de estos planes de estudios y sirvieron de guía para armonizar su estructura y contenidos. Esta armonía se buscó con el objetivo de favorecer la movilidad del estudiantado, sobre la base del mutuo reconocimiento.

El objetivo fundamental del Grado en Matemáticas es proporcionar al alumnado una formación general en matemáticas, orientada a capacitar en la aplicación de las destrezas adquiridas sobre distintos ámbitos, que incluyen tanto la docencia y la investigación de las matemáticas, como sus aplicaciones para la industria, gestión y consultoría, en el contexto de la empresa y la administración

El objetivo fundamental del Grado en Matemáticas es proporcionar al alumnado una formación general en matemáticas, orientada a capacitar en la aplicación de las destrezas adquiridas sobre distintos ámbitos, que incluyen tanto la docencia y la investigación de las matemáticas, como sus aplicaciones para la industria, gestión y consultoría, en el contexto de la empresa y la administración. Por lo tanto, la formación en matemáticas requiere el diseño de una colección de actividades que debe ser coherente, centrada en los aspectos más importantes, bien articulada, y dimensionada adecuadamente en carga de trabajo para el alumnado. La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere determinar previamente lo que los y las estudiantes conocen y necesitan aprender, así como los medios para lograr su comprensión. El aprendizaje de las matemáticas se lleva a cabo comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y el conocimiento previo. La evaluación debe acompañar al proceso de aprendizaje, proporcionando información útil tanto al profesorado como al estudiantado sobre el progreso alcanzado. La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que influye en los contenidos que se enseñan y estimula el aprendizaje autónomo de los y las estudiantes.

El instrumento de evaluación habitualmente empleado en las asignaturas de las titulaciones de grado en Matemáticas y Estadística sigue siendo mayoritariamente una secuencia de exámenes escritos de carácter individual, focalizados en parte de los temas de la materia cursada. Complementariamente, se proponen otras herramientas de evaluación diferentes como elaboración de trabajos, con una diversidad de formatos basados en desafíos matemáticos, el análisis de artículos de investigación, diseños de procedimientos de resolución numérica de problemas, etc.

Las autoevaluaciones de las comisiones de garantía de calidad señalan que el alumnado que cursa los grados de Matemáticas y Estadística adquieren todas las competencias previstas, entre otras razones porque la redacción de las competencias es consistente con la evaluación que realizan los equipos docentes. Así lo constatan las encuestas realizadas al estudiantado y las autoevaluaciones realizadas por el profesorado, lo que demuestra que la metodología de enseñanza-aprendizaje aplicada por el personal docente es útil y se adapta a la tipología de la materia que se trate. El trabajo de fin de grado, así como la implantación de las prácticas externas, ambos como materias novedosas, lejos de suponer un obstáculo adicional al progresivo egreso de las cohortes de la titulación, ha supuesto una mejora sustancial en la formación de las y los nuevos titulados, como ocurre con otros estudios del ámbito científico-tecnológico.

En cuanto a los informes de acreditación de los distintos grados de matemáticas y estadística, emitidos por la ANECA o por la agencia de evaluación de la calidad de la comunidad autónoma correspondiente, estos son generalmente positivos. Tras una consulta exhaustiva de todos los informes emitidos respecto a los títulos de grado en Matemáticas y Estadística, recogemos a continuación algunas observaciones que son generales:

- Las metodologías docentes y los sistemas de evaluación empleados para cada una de las asignaturas contribuyen a la consecución y valoración de los resultados de aprendizaje previstos.
- Las evidencias presentadas ponen de manifiesto que, en las asignaturas de referencia, se han aplicado los sistemas de evaluación y su ponderación de conformidad con lo indicado en la memoria verificada, permitiendo una valoración fiable de los resultados de aprendizaje previstos en cada una de las mismas.
- El trabajo de fin de grado es adecuado a las características del título.
- Los resultados de aprendizaje alcanzados satisfacen los objetivos del programa formativo y se adecúan al nivel de grado.
- El perfil de las personas egresadas coincide con el que consta en la memoria verificada del título.

También se indican, en dichos informes, algunas propuestas de mejora que pueden estar relacionadas con los mecanismos de coordinación, la realización de proyectos de innovación docente, la carga de trabajo, las prácticas externas o la evaluación de los trabajos fin de grado (TFG), entre otros. En el caso especí-

fico de los grados en Estadística, los informes destacan un problema que radica en los diferentes perfiles de alumnado que ingresa en ese grado. Parte de este estudiantado está más orientado a la aplicación de la estadística al ámbito empresarial y esto está generando un porcentaje elevado de abandono en algunas de las titulaciones, especialmente vinculado al fracaso en las asignaturas de fuerte componente matemático.

En cuanto a la proyección profesional que adquieren los alumnos y alumnas de los grados de Matemáticas, se observa amplia variedad. Respecto a la capacitación para realizar estudios de posgrado, la formación de un graduado o graduada en Matemáticas es muy adecuada para realizar, posteriormente, un máster en cualquier otro campo en el que las matemáticas sean una herramienta imprescindible, con alguna formación complementaria previa, si hiciera falta. Por ejemplo, másteres en el área de economía y finanzas: banca, mercados financieros, análisis de riesgos, auditoría, etc. También en informática, TIC, telecomunicaciones, telemática, física, química o biotecnología, entre otros.

Respecto a la potencialidad como docentes, quienes se gradúan en Matemáticas son, en general, quienes están mejor preparados y preparadas para dedicarse a la enseñanza de las matemáticas en Educación Secundaria, ya que tienen un conocimiento más amplio y una mayor comprensión de la disciplina. Gracias a la formación del Grado en Matemáticas, combinada con los conocimientos de didáctica que se adquieren en el Máster de Formación de Profesorado, serán quienes partan de una base más sólida para la enseñanza de la asignatura.

Respecto a la empleabilidad dentro del mundo empresarial, los graduados y las graduadas en Matemáticas adquieren durante el desarrollo de sus estudios hábitos de trabajo y capacidad de organización que resultan de gran utilidad, como se aprecia en los datos oficiales de inserción laboral. Además, si consideramos los egresados y las egresadas en los dobles grados, las empresas suelen valorar de forma positiva que el currículum incluya dos titulaciones. Aunque todavía es pronto para realizar estudios fiables de inserción laboral en este ámbito específico, el hecho de haber cursado dos titulaciones demuestra, a priori, que el o la aspirante muestra predisposición hacia el trabajo y actitudes positivas. Además, gracias a las competencias adquiridas durante su formación cuentan con una mayor preparación para integrarse en grupos de investigación multidisciplinares o en departamentos de I+D de las empresas. No obstante, en la reciente bienal de RSME, en 2019, se planteó a debate esta situación en una mesa redonda,

planteándose objeciones por parte del alumnado de los dobles grados respecto a las dificultades que unos estudios de grado más largos y exigentes pueden suponer en el acceso a becas de investigación donde el expediente académico tiene un peso determinante. Asimismo, se señalaron algunas limitaciones derivadas de una menor profundización en algunos aspectos matemáticos respecto a quienes cursan el grado único, consecuencia de la organización de los planes de estudio.

Se han planteado objeciones respecto a las dificultades para el alumnado de los dobles grados por cursar unos estudios más largos y exigentes, lo cual puede perjudicar sus notas medias y obstaculizar su acceso a becas de investigación

1.4.2. *Uso de la tecnología*

El uso de las tecnologías informáticas en la docencia de los grados de Matemáticas se ha incorporado a los contenidos y metodologías docentes de muchas asignaturas, debido principalmente al papel que desempeñan como continuación natural de la clase teórico-práctica, favoreciendo la comprensión y la visualización de conceptos mediante diferentes herramientas técnicas y geométricas aplicables al ámbito matemático.

Las memorias de verificación de las titulaciones de grado en Matemáticas recogen oportunamente entre sus competencias específicas, las dos siguientes, o algunas muy similares:

- Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas.
- Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

La mayoría de los planes de estudios tiene al menos una asignatura, de entre 6 y 12 créditos, que suele ser básica, denominada Programación, Laboratorio, Herramientas informáticas o similar, donde se aprende, además de nociones generales básicas, algún lenguaje de programación concreto, entre los que destacan como más comunes C, C++ y Python, entre otros.

El *software* matemático, que proponen los departamentos encargados de la docencia de las asignaturas, suele contener las utilidades necesarias para la

realización de prácticas, facilitando al alumnado una rápida asimilación de las instrucciones que le permitan la implementación de cálculos y la obtención de visualizaciones. Consecuentemente, en la organización docente de muchas asignaturas se establece un cierto número de horas de actividades con ordenador, en sesiones específicas para trabajar con el programa adecuado. Estas clases pueden, según el caso, limitarse a unas pocas horas o extenderse a una parte importante de la asignatura como, por ejemplo, en el caso de cálculo numérico u otras materias con un enfoque computacional.

Existen excelentes programas comerciales para apoyar la docencia y la investigación en matemáticas: Mathematica, Maple, MatLab, SPSS, Sage, etc., y otros de *software* libre como Geogebra, Octave, Maxima, R, Scilab, etc. La decisión de emplear uno u otro suele estar relacionada con las posibilidades económicas de la universidad a la hora de negociar el precio de la licencia para su uso académico, o por ampliar la oferta de *software* libre para el alumnado. Así como ocurre en el campo de la investigación, se está generalizando el uso del programa LaTeX como editor de textos en matemáticas.

La recomendación de uso de estos programas se manifiesta también en la bibliografía recomendada. Reseñamos algunos ejemplos encontrados en las guías didácticas de las asignaturas:

- El libro *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies con Mathematica*, de Cordero, Fernández y Garay (1995), Addison-Wesley, se usa como texto de consulta para la asignatura “Geometría Diferencial de Curvas y Superficies” (2º curso en el Grado de Matemáticas por la Universidad de Málaga).
- El texto *Cálculo científico con Matlab y Octave*, de Quarternoni y Saleri (2006), Springer, forma parte de la bibliografía recomendada de la asignatura “Cálculo Numérico” (1º curso del Grado en Matemáticas por la Universidad Autónoma de Madrid) y de la asignatura “Modelización Matemática” (curso 3º en el Grado de Matemáticas por la Universidad de Sevilla).
- El libro *Probability and Statistics with R*, de Ugarte, Militino, y Arnholt, (2008), Chapman and Hall/CRC Press, se recoge entre las lecturas recomendadas para la materia “Inferencia Estadística” (curso 3º en el Grado de Matemáticas por la Universidad de Granada).

1.4.3. La evaluación de los trabajos de fin de grado en Matemáticas y Estadística

El Trabajo de Fin de Grado (TFG) constituye una asignatura específica del plan de estudios, de entre 6 y 18 créditos (aunque 12 créditos es la carga más frecuente) y consiste en un estudio de ampliación y profundización sobre un tema de carácter matemático puro o aplicado, en el que se apliquen las competencias transversales del grado, tales como la búsqueda de información, competencias generales como “Comunicar información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado” o “Aprender de forma autónoma nuevos conocimientos y técnicas”, y competencias específicas de algunas de las asignaturas cursadas. Por lo tanto, el TFG resulta una buena manera de evaluar las competencias adquiridas por el alumnado.

El TFG se realiza bajo la dirección del profesorado. Los resultados y las conclusiones del TFG se presentan de forma escrita, en una memoria de formato preestablecido y de forma oral, mediante una exposición pública. Se valora que la introducción y organización del tema estudiado sea original, aunque no se trata de un trabajo de investigación propiamente dicho, con aportaciones científicas originales. El desarrollo del tema del TFG se fundamenta, principalmente, en el análisis de la bibliografía consultada y el trabajo personal del o de la estudiante, que puede consistir, por ejemplo, en:

- Resolución detallada de ejercicios y problemas de los encontrados en los libros.
- Desarrollar algún tema no incluido en el currículo.
- Completar los detalles de algunas demostraciones.
- Introducir ejemplos novedosos.
- Llevar a cabo un estudio estadístico completo.
- Escribir un programa para la aplicación de un algoritmo.

La evaluación del TFG se lleva a cabo, generalmente, por un tribunal compuesto por profesorado de la titulación. El nivel de detalle de los criterios de evaluación de los trabajos presenta bastantes variaciones de un centro universitario a otro. Va desde el establecimiento de unos porcentajes orientativos de peso para el propio contenido del trabajo, para la redacción y presentación de la memoria y para la exposición oral, hasta una rúbrica amplia y detallada que se aplica en la evaluación de los diferentes aspectos del TFG. El tutor o la tutora del trabajo

redacta un informe confidencial de la labor realizada por el alumno o la alumna, que entrega al tribunal para que forme parte de la información que se debe considerar en la evaluación.

2. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS MÁS ALLÁ DE LAS FACULTADES DE MATEMÁTICAS

2.1. Las matemáticas en los estudios de economía y empresa

En el curso académico 2016/2017 existían 86 títulos de grado en Administración y Dirección de Empresas (ADE) en centros propios en universidades públicas presenciales, 45 grados de Economía (ECO), 35 de Contabilidad y Finanzas y 17 de Marketing e Investigación de Mercados. Del total de nuevo alumnado matriculado en la universidad española, aproximadamente el 15% correspondía a estos grados. Se trata, obviamente de un grupo muy importante de alumnado, por su relevancia sobre el total del sistema universitario.

Las asignaturas de matemáticas aplicadas a la economía, la empresa o el *marketing* están presentes en todos estos grados, con mayor o menor presencia, dependiendo del plan de estudios de cada universidad.

Como ya es sabido, la competencia matemática es una competencia básica en la ESO, donde el alumnado ha de adquirir capacidades que le permitan pensar y razonar matemáticamente, plantear y resolver problemas, utilizar un lenguaje simbólico y emplear herramientas y soportes tecnológicos. Sin embargo, existe una preocupación manifiesta en las facultades de economía y empresa por el creciente deterioro observado en la formación matemática que posee el nuevo alumnado cada curso, lo cual redundará en los resultados de las asignaturas de matemáticas que se imparten en los grados de economía, empresa, *marketing* y afines. La tasa de rendimiento (el número total de créditos superados por todo el estudiantado matriculado en una asignatura respecto al número total de créditos matriculados) en la asignatura básica de primer curso, Matemáticas para la Empresa (o denominaciones análogas), está alrededor del 40% en la mayoría de facultades en las que se imparte el Grado en ADE. La tasa de éxito (el número de créditos superados respecto al número total de créditos presentados) ronda en esta asignatura el 50%. Estos indicadores son un poco superiores en las asignaturas cuantitativas básicas de los otros grados del ámbito de la economía, situándose en torno al 60% la tasa de rendimiento y del 70% la de éxito.

La heterogeneidad de los itinerarios preuniversitarios constituye una dificultad que condiciona el éxito de las programaciones docentes de las asignaturas de matemáticas en los cursos iniciales de los grados de economía y empresa

Ante esto urge apelar y cuidar con responsabilidad los niveles en formación cuantitativa en las propias titulaciones. En casi la totalidad de las facultades de economía y empresa se ha puesto en marcha una asignatura inicial de matemáticas de nivel preuniversitario en sus respectivos grados, pero la realidad es que no ha contribuido a solucionar realmente el problema. Las carencias detectadas en el alumnado son de importante magnitud y resultan de muy difícil solución para que el o la estudiante pueda afrontar los contenidos propios de las materias que forman su plan de estudios universitario en la temporalización prevista. La heterogeneidad de los itinerarios preuniversitarios constituye una dificultad que condiciona el éxito de las programaciones docentes de las asignaturas iniciales en estudios universitarios. Por ello, varias universidades, instituciones y asociaciones se han pronunciado acerca de la necesidad de diseñar asignaturas de matemáticas adaptadas al correspondiente itinerario.

Algunos trabajos presentados en las Jornadas de ASEPUMA (Asociación Nacional de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa, <http://www.asepuma.org/>) inciden en la necesidad de orientar a los candidatos y candidatas a estudiar titulaciones en economía y empresa hacia una cultura matemática profunda como herramienta para el razonamiento y la gestión eficiente de los recursos públicos y privados (en la revista “Anales de ASEPUMA”, <http://asepuma.org/revistaanales.php>, pueden consultarse diversos trabajos sobre este tema). Es preocupante observar cómo la posibilidad de elegir libremente las materias de modalidad específica, o incluso el propio organigrama de los centros educativos, hace posible superar el Bachillerato sin haber adquirido ningún tipo de formación matemática durante dicha etapa. Y este perfil de alumnado puede terminar accediendo a los grados de las facultades de Economía y Empresa.

Es preocupante que alumnado que no ha tenido formación matemática durante el Bachillerato pueda acceder a los grados de economía y empresa, por las dificultades que esta carencia formativa le va a acarrear

En los itinerarios previstos en Bachillerato, las sucesivas reformas han incidido al alza en los aspectos más intuitivos y gráficos de los temarios para las Ma-

temáticas para Ciencias Sociales, pero perdiendo cierto nivel de profundización en cuestiones básicas como el cálculo de límites o derivadas, o el cálculo integral.

Una experiencia realizada con alumnado de la Universidad de La Laguna (Carrillo Fernández, et al, 2014) permitió evidenciar que una buena nota en PAU no indicaba necesariamente un bagaje matemático adecuado para afrontar con éxito las asignaturas matemáticas de estos grados universitarios. También permitió contrastar estadísticamente y avalar la mejor preparación del estudiantado procedente de Matemáticas II (modalidad Ciencias) en relación con los de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II para superar con éxito las matemáticas de los grados económicos. Otros trabajos realizados en distintas universidades (Busto Caballero, Calvo Martín y Escribano Ródenas, 2006; Vázquez Cueto, 2009; Carrillo Fernández, González Concepción y Sosa Martín, 2012; Carrillo Fernández et al., 2013) aplican la misma metodología para estudios similares sobre las consecuencias de la formación matemática preuniversitaria en los estudios de economía y empresa de la universidad española en general.

En el seno de ASEPUMA se considera que la Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU o EvAU, según la comunidad autónoma) no garantiza que el alumnado logre un nivel adecuado para poder incorporarse a la enseñanza universitaria. Desde ASEPUMA se considera que los contenidos de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II son insuficientes para los grados de las facultades de Economía y Empresa y que las Matemáticas II se adaptan más al nivel de las asignaturas cuantitativas en la universidad.

Esta es una reflexión que se ha debatido en el seno de la Comisión de Educación de la RSME y que no se comparte en su totalidad, si bien consideramos interesante incluirla en este Libro Blanco, por la importancia que tiene este colectivo de profesorado y alumnado en el sistema universitario español. Una posible solución que se apunta desde ASEPUMA sería la creación en los itinerarios de Bachillerato de unas “Matemáticas para Economía y Empresa” que combinen los bloques de análisis y álgebra de Matemáticas II y la estadística de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, con idéntica importancia a estos tres grandes bloques de contenido. También desde esta organización se defiende que se valore la posibilidad de implantar una prueba específica de admisión para cada grado, aunque este aspecto supone una complejidad organizativa muy grande y podría tener consecuencias no deseadas en la equidad del sistema educativo, porque podría limitar las posibilidades de concurrir a exámenes del alumnado con menos

recursos. Desde RSME apuntamos, también, a otras actuaciones posibles, como pueden ser aumentar la carga formativa en matemáticas dentro de los grados de la rama económica, alinear el contenido de estas asignaturas con el currículo real seguido por la mayoría del estudiantado de nuevo ingreso o trabajar activamente en la elaboración de pruebas de acceso a la universidad que evalúen aquellas competencias del currículo de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II que tengan más incidencia en el futuro desempeño en estos grados.

2.2. Las matemáticas en las ingenierías

El análisis de las matemáticas en las ingenierías es complejo, ya que ha habido una importante proliferación de nuevas titulaciones. En general, podríamos afirmar que en este ámbito se ha producido una reducción considerable del número de créditos de matemáticas en las titulaciones tradicionales, que ha ido acompañada del establecimiento de nuevos títulos con un déficit de partida en la formación en matemáticas. Así, de la tradicional buena formación matemática de ingenieros e ingenieras y arquitectos y arquitectas en nuestro país, hemos pasado a personas tituladas en Ingeniería y Arquitectura más *algoritmizados* y menos capaces de trabajar con la modelización matemática, como ilustraremos a continuación. Esta sólida formación matemática en las ingenierías españolas era un valor muy apreciado internacionalmente. Como señala Michael Ortiz en su discurso de investidura como doctor *honoris causa* por la Universidad Politécnica de Madrid (2019), España se inserta en la tradición “de gran ingeniero enciclopédico al estilo francés”, frente “ingeniero utilitario al estilo anglosajón”. En esta tradición de raigambre francesa, la formación en ingeniería abarca múltiples disciplinas relacionadas con las matemáticas, la mecánica, la física o la química, lo que da lugar al ingeniero concebido como “profesional de elite”.

De la tradicional buena formación matemática de ingenieros e ingenieras y arquitectos y arquitectas en nuestro país, hemos pasado a personas tituladas en ingeniería y arquitectura más algoritmizados y menos capaces de trabajar con la modelización matemática

En el análisis que vamos a hacer a continuación fijaremos nuestra atención en los créditos de matemáticas de asignaturas básicas. En el caso de las titulaciones tradicionales, vamos a centrarnos en estudiar un ejemplo, que consideramos que es paradigmático y podría ser extensible, con pocas variaciones, a otras titulaciones técnicas. Si consideramos los estudios de Ingeniería Civil (antigua Ingeniería

ría de Caminos, Canales y Puertos) y las Universidades Politécnicas de Madrid, Cataluña y Valencia en sus planes de estudios de seis años (Ministerio de Educación y Ciencia, 1982, 1983ab), había dos asignaturas anuales en primer curso, Álgebra y Cálculo, de 6 horas semanales cada una, que en el caso de la Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona era una asignatura anual de Matemáticas (Cálculo y Álgebra) de 10 hora semanales. En el segundo curso había, en el caso de la Universidad Politécnica de Madrid, dos asignaturas anuales, una de Análisis Matemático de 6 horas semanales y una de Métodos Matemáticos de las Técnicas de 6 horas semanales. En el caso de la Escuela de Barcelona, solo había una de Matemáticas (Cálculo Infinitesimal y Geometría Diferencial) de 8 horas semanales. En la Universitat Politècnica de València, había dos asignaturas anuales en segundo curso, Análisis Matemático I y II, de 5 horas semanales cada una. En el tercer curso, en la Politécnica de Madrid se encuentran dos asignaturas, Ecuaciones diferenciales y Cálculo Numérico de 5 horas semanales y una de Estadística de 4 horas semanales. En la escuela de Barcelona había una asignatura cuatrimestral de Matemáticas, de 4 horas semanales y una asignatura anual de Estadística de 4 horas semanales. En la Universitat Politècnica de València existía una asignatura de tercer curso de Estadística de 3 horas semanales y una de Cálculo Numérico y Electrónico de 3 horas semanales en cuarto curso, ambas anuales. Aparte de estas asignaturas, había otras de matemáticas, o directamente relacionadas con ellas, como Métodos Físico-Matemáticos de las Técnicas (4 horas semanales), Ecuaciones de la Física-Matemática (3 horas semanales). El cálculo en créditos no es sencillo, pero suponiendo un curso de unas 27 semanas lectivas, el número de créditos de matemáticas o relacionado con las matemáticas oscilaría entre los casi 65 créditos de la Escuela de Barcelona y los más de 89 de la Universidad Politécnica de Madrid. Si se tienen en cuenta las asignaturas de contenido matemático próximas al área, en la Universitat Politècnica de València el número de créditos relacionados con las matemáticas era superior, pasaría de 75 hasta casi los 95 créditos.

En la década de los 90 se produce un cambio en los planes de estudios de Barcelona (Universidad Politécnica de Cataluña, 1995) y Valencia (Universidad Politécnica de Valencia, 1997), permaneciendo Madrid con su plan de seis años, y los estudios se estructuran en dos ciclos de duración variable entre cuatro y cinco años aunque, en la práctica, el total fue de cinco años en todas las Escuelas que adaptaron su plan (este proceso se describe en ANECA, 2015). En Barcelona tenemos Álgebra y Geometría de 12 créditos, Cálculo de 12 créditos, Ecuaciones

diferenciales de 7,5 créditos, todas como materias obligatorias, y Ampliación de Matemáticas de 9 créditos, Métodos Numéricos I de 3 créditos y Métodos Numéricos II de 9 créditos, como materias troncales. En la Universitat Politècnica de València encontramos una asignatura de Álgebra Lineal de 10,5, una de Ecuaciones Diferenciales de 9 créditos y una de Estadística II de 4,5 créditos, como materias obligatorias, y una asignatura de Cálculo de 10,5 créditos, una asignatura de Estadística I de 4,5 créditos y una asignatura de Métodos Numéricos de 7,5 créditos, como asignaturas troncales. Además, había una asignatura optativa, Matemáticas Asistidas por Ordenador, de 4,5 créditos. De nuevo aparecen otras asignaturas relacionadas con las matemáticas como son Ecuaciones de la Física Matemática (6 créditos) y Fundamentos Físicos de la Técnica (6 créditos). Aquí hay que hacer constar que no se han contabilizado asignaturas de libre elección de contenido matemático, que las había en número desigual, pero que en cualquier caso no eran cursadas por la totalidad del alumnado. Si nos ceñimos a la troncalidad más la obligatoriedad, tenemos 52,5 créditos en el caso de la Universitat Politècnica de Catalunya y 51 en el caso de la Universitat Politècnica de València, lo que representa una reducción en ambos, pero más importante en el caso de la Politècnica de València, que partía con un número superior de créditos, aunque como se indicó en el párrafo anterior, el paso de horas semanales a créditos se ha hecho con carácter estimativo.

La adaptación de la titulación al Espacio Europeo de la Educación superior llevó consigo una reducción del número de créditos. Por consiguiente, esta afectó a las asignaturas de contenido matemático de tal forma que la formación en matemáticas ha quedado reducida a dos o tres asignaturas en primer curso y una o dos en segundo, según la universidad, en casi todos los casos cuatrimestrales, y siendo esa la totalidad de la formación en matemáticas durante el grado, antes del acceso a un máster. Si miramos, de nuevo, a la Universitat Politècnica de Catalunya, en el Grado de Ingeniería Civil entre primero y segundo curso hay 37,5 créditos de matemáticas repartidos en cuatro asignaturas: Álgebra y Geometría de 6 créditos, Fundamentos Matemáticos de 6 créditos, Cálculo (anual) de 9 créditos, Geometría Diferencial y Ecuaciones Diferenciales de 9 créditos y una asignatura de Probabilidad y Estadística de 7,5 créditos. Si ahora miramos al Grado de Ingeniería Civil por la Universidad Politécnica de Madrid, aparece un Álgebra Lineal y Geometría Analítica de 6 créditos, un Cálculo I y Cálculo II de 6 créditos cada una, Estadística y Optimización de 6 créditos, todo ello en primero. En segundo, hay una asignatura de Ecuaciones Diferenciales de 4,5

créditos, lo que suma un total de 28,5 créditos. Por último, si tomamos el caso de la Universitat Politècnica de València tenemos una asignatura de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Civil de 7,5 créditos y otra de Métodos Matemáticos de la Ingeniería civil de 6 créditos, una asignatura de Estadística Básica de 4,5 créditos y una asignatura de segundo curso de Ampliación de Matemáticas de 6 créditos, haciendo un total de 24 créditos. Vemos que en alguno de los casos la reducción ha sido de más del 50%.

La implantación del plan Bolonia ha traído consigo una nueva reducción respecto a la situación anterior de los créditos básicos de matemáticas, dejando únicamente aquellos que eran troncales. Si comparamos los créditos totales, básicos o no, la reducción de contenidos de matemáticas es muy sustancial. En la práctica, esta situación ha reportado consecuencias no deseables, con una contracción de los temarios que ha dejado su contenido real en un nivel instrumental básico y, en algunos casos, carente de la ilación necesaria dentro de la propia disciplina y de su relación con otras materias, como pueda ser la física.

La implantación del plan Bolonia ha traído consigo una nueva y sustancial reducción de los créditos de matemáticas, básicos o no. Esta situación ha supuesto una contracción de los temarios que ha dejado su contenido real en un nivel instrumental

Respecto al segundo punto, de cómo las nuevas titulaciones han nacido con una carga deficitaria en contenido de matemáticas, podemos poner como ejemplo el Grado en Ingeniería Biomédica. Si tomamos como referencia de nuevo las mismas tres universidades encontramos que, en la Politécnica de Madrid (Universidad Politécnica de Madrid, 2019), dicho grado tiene las siguientes asignaturas de matemáticas: Matemáticas I, II y III de 6 créditos cada una respectivamente, Estadística de 6 créditos y Modelos Numéricos en Biomedicina de 6 créditos, lo que hace un total de 30 créditos. En el caso de la Politécnica de Catalunya (Universitat Politècnica de Catalunya, 2019), el Grado en Ingeniería Biomédica tiene una asignatura de Cálculo de 6 créditos, Álgebra y Cálculo Multivariable de 6 créditos, Estadística de 6 créditos y Cálculo Numérico-Ecuaciones Diferenciales de 6 créditos que hace un total de 24 créditos. En el caso de la Universitat Politècnica de València (Universitat Politècnica de València, 2019), tenemos Matemáticas I y II de 6 créditos cada una, Matemáticas III de 4,5 créditos y Métodos Numéricos, de 4,5 créditos, que hace un total de 21. Es decir, existe una variabilidad de 9 créditos de formación en matemáticas para una misma titulación dependiendo de la universidad donde se curse.

En términos generales, podemos decir que en la actualidad la reducción de la formación en matemáticas en ingeniería y tecnología ha sido muy importante y que, a la vista de la evolución de las actividades tecnológicas relacionadas con la llamada nueva industria, no parece que esta formación vaya a satisfacer en su totalidad las demandas sociales y del sector productivo. Esta muestra de la reducción de créditos solo viene a hacer una llamada de atención al hecho de que se hayan sacrificado contenidos de carácter formativo general y básico por una enseñanza mucho más orientada hacia la especificidad, restando versatilidad a los futuros ingenieros e ingenieras sobre las transformaciones de su propia actividad, que cada vez es más rápida. Sin embargo, no se debe deducir de estas palabras que lo que se plantea desde estas líneas es una vuelta a los contenidos matemáticos de antaño. La formación en matemática en ingeniería y tecnología debe aumentar si queremos garantizar un desarrollo profesional completo, pero lo debe hacer a la luz de nuevos paradigmas matemáticos, haciendo mucho más hincapié en la resolución de problemas abiertos en contextos reales, la modelización, el uso con criterio matemático de herramienta computacionales, etc.

La formación en matemática en ingeniería y tecnología debe aumentar, pero lo debe hacer a la luz de nuevos paradigmas matemáticos, haciendo mucho más hincapié en la resolución de problemas abiertos en contextos reales, la modelización, el uso con criterio matemático de herramienta computacionales

Esta evolución está arraigando entre el profesorado y, así, encontramos grupos que, habiendo nacido como redes de investigación, están incluyendo entre sus actividades estas preocupaciones por mejorar el aprendizaje y la enseñanza de la matemática del alumnado no matemático como, por ejemplo, la Red ALAMA (<http://www.red-alama.es/>).

2.3. Las matemáticas en Ciencias Experimentales y de la Salud

En el caso de estos estudios, no incluiremos un análisis exhaustivo como se ha hecho en el caso de economía y empresa y de ingenierías porque la evolución, aunque parecida, no ha sido tan dramática.

En general, se constata que en los grados de ciencias experimentales se han mantenido o reducido (no ampliado) las asignaturas de matemáticas, pero se ha producido prácticamente en todos los casos un fenómeno similar al de ingenierías. Las asignaturas de matemáticas se han ubicado mayoritariamente en los primeros cursos, lo que debilita sus posibilidades de profundización y facilita el fenó-

meno de conversión en asignaturas algorítmicas que ya se señaló anteriormente. Esta ubicación en el plan de estudios motiva que el alumnado primero, estudie las matemáticas desde un punto de vista poco contextualizado y, después, estudie los contextos de uso de esa matemática, lo que debilita la conexión y facilita la visión instrumental de la matemática, a veces reducida a un conjunto de recetas.

En el caso de las ciencias de la salud, prácticamente la única matemática presente es la que se refiere a las asignaturas de estadística o bioestadística, también con un enfoque muy instrumental y, en algunos casos, ligadas a la epidemiología (incluso compartiendo asignatura). A pesar de la importancia que tiene en la investigación biomédica, las asignaturas de bioestadística suelen estar acotadas en los primeros cursos.

3. LA FORMACIÓN DE MÁSTER EN MATEMÁTICAS

3.1. Introducción

Uno de los cambios más importantes que ha traído el plan Bolonia ha sido el del posgrado, tanto desde la perspectiva de los contenidos como de la organización de las titulaciones. El caso español constaba, en general, de carreras de cinco años con especialización fundamentalmente vertical y en las que el alumnado elegía asignaturas que se ofertaban en función del profesorado disponible y con un trasvase prácticamente nulo entre diferentes especialidades. La nueva estructura de grado más máster ha establecido una situación mucho más abierta donde el alumnado tiene muchas más opciones con las que formarse. El más relevante concierne a la distribución de contenidos, ya que las antiguas carreras universitarias permitían impartir mayor cantidad de contenidos y ahora los grados son mucho más generalistas y, por lo tanto, carentes de algunos contenidos que no pueden ser exigidos como previos al máster. Otra debilidad del sistema es que la variedad en la elección lleva implícita una movilidad que no siempre está al alcance de aquel alumnado con menos recursos, siendo la política de becas bastante restrictiva.

Hay una inflación en la oferta de másteres y se desaprovechan las capacidades del profesorado y personal investigador de matemáticas, que podrían dar lugar a ofertas muy potentes

Existen además otros problemas de índole institucional o administrativa que condicionan y constriñen el desarrollo de una estructura más abierta en el pos-

grado español. Por citar alguno, la diferente duración del grado y el máster en Europa, siendo mayoritaria la fórmula 3+2 años frente a la española de 4+1, no pone fácil el intercambio de estudiantes ni el desarrollo de másteres interuniversitarios con centros extranjeros. En el caso de las matemáticas, es una restricción limitante si uno la compara con el grado de imbricación del profesorado y personal investigador en matemáticas en el ámbito europeo, siendo una disciplina con un muy alto grado de internacionalización. Si nos restringimos al contexto nacional, la cuestión de los másteres interuniversitarios presenta un escenario similar. Actualmente, la diferente organización administrativa de las universidades representa un freno importante en el desarrollo de másteres interuniversitarios, lo cual es un factor limitante en dos sentidos: hay una inflación en la oferta de másteres y se desaprovechan las capacidades del profesorado y personal investigador de matemáticas, que podrían dar lugar a ofertas muy potentes. Los criterios de las autoridades educativas autonómicas y de las propias universidades no favorecen aquellos estudios de máster que son minoritarios, pero altamente demandados. Como ejemplo de estos másteres con gran demanda organizados conjuntamente podemos citar el Máster Universitario en Investigación Matemática de la Universitat Politècnica de València y la Universitat de València o el máster ofrecido entre varias universidades que tienen Grado de Matemáticas como el Máster Interuniversitario en Matemáticas de las Universidades de Granada, Almería, Cádiz, Jaén y Málaga. En cualquier caso, la nueva estructura de estudios de grado, no solo de Matemáticas, ha generado un panorama más diverso respecto a los másteres.

3.2. Estudios de máster

La oferta actual de másteres universitarios para graduados y graduadas en Matemáticas la podríamos clasificar en varios grupos.

El primero, y más numeroso, lo constituyen aquellos másteres que son herederos de la antigua estructura de títulos de licenciado, donde existía un quinto año correspondiente a la especialización. Muchos másteres de los que se imparten actualmente en España, la mayoría de ellos agrupados bajo los epígrafes en el título de “Investigación Matemática” o “Matemáticas Avanzadas”, tienen una estructura muy similar, tanto en materias como en distribución de créditos, que recuerdan, con pequeñas variaciones, a las especialidades clásicas: análisis, álgebra, topología y geometría, estadística y probabilidad, y normalmente complementadas con diversas asignaturas entre las que se encuentran alguna de ecua-

ciones en derivadas parciales, sistemas dinámicos, optimización, etc. La gran mayoría de estos másteres, a diferencia del antiguo curso de especialización de las licenciaturas, plantean una formación dirigida hacia el doctorado y la investigación, algunas veces con matices, pues hay másteres que indican que pretenden ser de utilidad a quienes deseen encauzar su actividad en la banca, los seguros o un ámbito profesional, en general. En los másteres de este tipo se incluyen materias dirigidas a ciertas salidas profesionales, principalmente, en el mundo de las finanzas y los seguros (en cuyo caso ganan peso los bloques de estadística y, en ocasiones, de modelización). Sería deseable establecer un reconocimiento parcial de créditos entre varios de estos másteres y otros de investigación o formación didáctica, como ocurre en la Universidad de Murcia, donde se oferta la realización simultánea de un máster de investigación junto al de Formación del Profesorado en la especialidad de matemáticas.

Existe un segundo grupo de másteres de estructura mucho más heterogénea, en donde se trata de recoger a las personas egresadas de matemáticas para conducirlos hacia contenidos más aplicados, no necesariamente ajenos a la investigación, pero sí que incluyen áreas más allá de las tradicionales de investigación en matemáticas. Tal es el caso, por ejemplo, el Máster Interuniversitario en Matemática Industrial (de las Universidades Carlos III de Madrid, A Coruña, Politécnica de Madrid, Santiago de Compostela y Vigo), el Máster Universitario en Ingeniería Matemática de la Universidad Carlos III de Madrid o el ya mencionado en Investigación Matemática de la Universitat Politècnica de València y la Universitat de València. Mención aparte dentro de este grupo merecen los másteres en física y matemáticas, como los que se ofrecen en la Universidad de Salamanca o la de Granada. Son másteres de física teórica que, en general, incorporan asignaturas de análisis funcional, geometría y topología algebraica, ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, etc.

Por último, hay un tercer gran grupo de másteres que podríamos denominar de disciplinas específicas, destacando en particular aquellos que involucran áreas de ciencias de la computación, ciencia de datos, biología, etc. Véanse, por ejemplo, el Máster Universitario en Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (Universidad de Las Palmas de Gran Canaria), el Máster Interuniversitario en Tratamiento Estadístico-Computacional de la Información (Universidades Complutense y Politécnica de Madrid), el Máster Universitario en Estadística para la Ciencia de Datos (Universidad Carlos III de Madrid), el Máster Interuniversitario en Ciencia de Datos (Universidad de Cantabria y

UIMP), el Máster Universitario en Bioestadística (Universidad Complutense de Madrid) o el Máster Universitario en Bioinformática (Universidad Autónoma de Barcelona). También en el área de Ciencias Sociales se están desarrollando másteres de banca y finanzas con una gran carga cuantitativa de estadística y matemáticas, como, por ejemplo, el Máster Universitario en Banca y Finanzas Cuantitativas (Universitat de València) o el Máster Universitario en Ciencias Actuariales y Financieras (Universidad Carlos III de Madrid).

En la tabla 5 se muestran los datos de matrícula en másteres oficiales en universidades públicas en formato numérico incluyendo la variación interanual de la matrícula. En el caso de estadística se incluyen también los másteres relacionados con *big data* y ciencia de datos.

Tabla 5. Matrícula en másteres oficiales (universidades públicas) de matemáticas

| Matriculados en máster (universidades públicas) | 2013/2014 | 2014/2015 | 2015/2016 | 2016/2017 | 2017/2018 |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Matemáticas | 392 | 368 | 494 | 564 | 513 |
| Var. Interanual matemáticas | | -6,12% | 34,24% | 14,17% | -9,04% |
| Estadística | 556 | 601 | 377 | 487 | 621 |
| Var. Interanual estadística | | 8,09% | -37,27% | 29,18% | 27,52% |

Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019).

Un comentario que resulta imprescindible cuando se habla de estudios de máster es el relativo a la enorme dificultad de establecer un seguimiento de los programas universidad a universidad. Esto se debe a varios factores. En primer lugar, los cambios de denominación de los másteres (lo que dificulta su rastreo en las bases de datos oficiales), ya que su ciclo de verificación/acreditación es mucho más corto que el de los grados, lo que permite que las universidades organizadoras realicen cambios con mayor velocidad. En segundo lugar, está la enorme volatilidad de la oferta de máster, muy sujeta no solo a los cambios que se acaban de describir, sino también a la supervivencia con respecto a la demanda. Son muchas las universidades que condicionan la impartición de un máster a un número mínimo de estudiantado matriculado, con lo que nos podemos encontrar con másteres que aparecen y desaparecen alternativamente de unos cursos a otros, o con másteres que reaparecen con una denominación ligeramente diferente. Esto muestra la necesidad de presentar la información de manera agregada dada la gran volatilidad, pero que vaticina una tendencia al alza no monótona.

3.3. Perspectivas de futuro, recomendaciones y ejemplos de otros países

Entre las diversas cuestiones que se le plantean al posgrado en España, aparte del debate entre los esquemas de 3+2 o 4+1, al parecer pospuesto (al menos por el momento), hay varias que nos gustaría destacar.

En primer lugar, el posgrado se ha visto afectado por el proceso de adaptación de las antiguas estructuras de doctorado. Posiblemente no sea solo un problema de diseño curricular, sino también de inercias de las estructuras heredadas del pasado. La nueva situación ha dejado sin cubrir, de manera específica, una parte de la formación predoctoral que, de forma acertada, se considera que se debe hacer en el grupo de investigación; por un lado, no existen los recursos para llevarla a cabo (ya que no todos los grupos de investigación han tenido un acceso regular a financiación para estos fines, especialmente, en los últimos años) y, por otro, no está clara la conexión entre la formación recibida en el máster y el paso a los grupos de investigación. Esto produce un cierto desajuste entre la formación del máster y la formación predoctoral que tensiona el sistema, sobre todo para aquellos másteres cuya función principal es la formación de los graduados y graduadas como antesala al doctorado.

En particular, los másteres pertenecientes al primer grupo que se ha identificado previamente son aquellos que están sufriendo de manera más acusada la reducción de la financiación de la investigación, pues la falta de becas ha producido un decremento drástico en el número de alumnado que se forma. Lo cierto es que las matemáticas españolas, a nivel de investigación, tiene grupos de muy alto nivel, pero para captar estudiantado con que nutrir dichos grupos debería existir una mejor conexión entre los grupos y los estudios de máster orientados al doctorado. Es por ello que sería deseable caminar hacia un modelo generalizado de colaboración, quizá mediante másteres interuniversitarios, aunando esfuerzos entre grupos de investigación de la misma área, pero dispersos geográficamente. Solo sumando empeños se puede garantizar una continuidad razonable de líneas de investigación en las que España se mantenga en vanguardia. Para ello se deberán sortear no pocos obstáculos como la financiación, la diferente organización administrativa de las universidades involucradas, la adopción de metodologías docentes basadas en la no presencialidad, para facilitar la asistencia de alumnado no desplazado, etc. Y, en términos generales, debemos concebir másteres organizados en forma de red, descentralizados y que necesitarán recursos para la organización y la coordinación de profesorado, estudiantado y admi-

nistración. Algunas de las experiencias interuniversitarias que se están llevando a cabo actualmente avanzan posibles soluciones a estos problemas, como la gobernanza o las metodologías docentes, pero, en general, la mayoría de las y los coordinadores señalan las dificultades administrativas y la dispersión normativa de cada universidad como el principal obstáculo en la gestión de los programas interuniversitarios. De esa misma manera se podría captar alumnado extranjero principalmente latinoamericano.

Por otro lado, también sería muy importante que se produjera un fenómeno inverso al descrito anteriormente. En la actualidad, hay gran cantidad de másteres en diversas disciplinas nombradas en este documento (ingeniería, ciencia de datos, computación física, biología, etc.) en los que las matemáticas juegan un papel central. La existencia de estos másteres sería una oportunidad excelente para que los grados de Matemáticas incorporaran elementos de estas disciplinas, caminando hacia una estructura más multidisciplinar y transversal en la formación de matemáticos. Los grados de Matemáticas deberían tener una mirada más amplia, sin renunciar a formar personal graduado que trabaje en las áreas y temas clásicos de las matemáticas, para conseguir, a fin de cuentas, que la mirada de los y las egresadas a la hora de optar por los diferentes posgrados sea tan rica y plural como lo son las matemáticas en sí.

Los grados de Matemáticas deberían tener una mirada más amplia, sin renunciar a formar personal graduado que trabaje en las áreas y temas clásicos de las matemáticas, para conseguir, a fin de cuentas, que la mirada de los y las egresadas a la hora de optar por los diferentes posgrados sea tan rica y plural como lo son las matemáticas en sí

La situación en los países de nuestro entorno, al respecto del tipo de másteres de matemáticas que podemos encontrar es muy similar. Si tomamos como referencia dos países con una tradición matemática importante como son Francia y Alemania, fundamentalmente encontramos de nuevo másteres de matemática pura, matemáticas y finanzas, matemáticas y computación, matemáticas y física y matemáticas y modelado, con algunas particularidades propias, sobre todo en aquellos másteres más dirigidos a la industria.

Sin embargo, la estructura no es asimilable al caso español, dado que ambos países en general han optado por una estructura 3+2 para sus estudios de grado y posgrado, es decir tres años de grado y dos de máster, con lo que las comparativas son siempre difíciles. Y es precisamente esta estructura diferente la que

marca ciertas dudas sobre la elección de España de un 4+1. Un grado de 3 años queda muy corto si lo que se pretende es obtener una formación generalista que dé acceso al mercado laboral sin necesidad de pasar por un máster. Sin embargo, un grado de 4 años resta capacidad al sistema para la especialización y en cierta medida lo tensiona con una rigidez un tanto innecesaria, dejando el máster demasiado corto. La discusión, sin caer en simplificaciones excesivas, tiene un marcado carácter económico, con unos créditos, los de máster, con un precio en general superior al de los países de nuestro entorno.

Una recomendación oportuna es que, siguiendo el ejemplo de otros países europeos, se impulsen un mayor número de cursos de másteres universitarios no generalistas, en aspectos muy específicos, aglutinando recursos de distintos grupos de investigación para proporcionar formación en torno a temas concretos. Un buen ejemplo puede ser la red holandesa LNMB (Dutch Network on the Mathematics of Operations Research, véase <http://www.lnmb.nl/>) o el programa Mastermath de ese mismo país (véase <https://elo.mastermath.nl/>), que centraliza la oferta de cursos *online* que pueden cursarse desde distintos programas de matemáticas de máster en el país.

Finalmente, debemos insistir en que un problema importante con el que cuenta nuestro sistema universitario en cuestión de másteres es el importe de las tasas académicas. El precio público de los másteres es muy superior al de los grados (en muchas comunidades autónomas, es más del doble) y está en franca desigualdad con los precios de países cercanos geográfica y académicamente, como Francia o Alemania. Por poner un ejemplo, pese a la diferencia idiomática, hay más alumnado hispanoamericano estudiando másteres en Francia que en España. Incluso dentro de nuestro sistema universitario un mismo máster cuesta sensiblemente más en una comunidad autónoma que en otra, ya que la horquilla de precios la pone la comunidad autónoma. Se da la paradoja de que en másteres interuniversitarios de universidades pertenecientes a diferentes comunidades el estudiantado no paga lo mismo por recibir las mismas enseñanzas. Es una cuestión que debe ser objeto de reflexión por parte de las autoridades políticas, ya que la situación actual no facilita la incorporación de más alumnado a esta etapa de formación. Se debería abrir de nuevo el debate sobre la estructura de los estudios universitarios, pero con un carácter global donde, además de los argumentos académicos y formativos, estén encima de la mesa los de financiación y precio de las matrículas, así como un auténtico programa de becas de tasas, manutención y movilidad. Ello no sólo beneficiaría al estudiantado, abriendo

sus posibilidades para cursar el máster que desean, sino que también permitiría una reordenación de la oferta de las universidades a nivel del país.

4. EL MÁSTER DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE ESO Y BACHILLERATO EN MATEMÁTICAS

4.1. Introducción

Se han cumplido once años de la implantación del Máster Universitario para la Formación del Profesorado de ESO y Bachillerato (usaremos las siglas MUFP, en lo que sigue, por unificar en un acrónimo las distintas variaciones en denominación que encontramos en las universidades), en sustitución del extinto CAP (Certificado de Aptitud Pedagógica). La formación inicial del profesorado de Matemáticas en Secundaria ha estado viviendo estos últimos años una fase experimental, en la que cada universidad, con un amplio margen de maniobra, ha ido planteando los estudios, resolviendo los problemas y salvando los obstáculos de modo bastante local y con una fuerte influencia de la configuración facultativa y departamental que el MUFP haya tenido.

La RSME ha realizado durante estos años, en solitario o en colaboración con el CEMAT, varios encuentros y seminarios sobre el MUFP, el último en marzo de 2018. El documento elaborado tras este último seminario recoge una valoración global que reconoce el notable avance que el MUFP ha supuesto respecto al anterior CAP, tanto en cantidad como en calidad de la formación inicial recibida. Sin embargo, se apuntaron asimismo varias debilidades y amenazas sobre las que habría que actuar. A lo largo de 2017 y los primeros meses de 2018 existió la posibilidad de que las fuerzas políticas llegasen a un pacto educativo, dentro del cual se abordaría la formación inicial docente con la figura del llamado popularmente MIR educativo; no obstante, tanto la idea del MIR educativo como la propia vocación de pacto parecen haberse esfumado en los últimos meses. De hecho, no se ha llegado a discutir el acceso a ese MIR, que podría incluir una prueba, aunque sin especificar si se realizaría antes o después del periodo de formación práctica en centros de secundaria, y sin aclarar la relación que esa prueba, de existir, tendría con las oposiciones existentes para la carrera docente en la red pública. En nuestro entorno próximo hay modelos, como el establecido en Francia, que diseñan el acceso a la profesión docente mediante una combinación de examen de acceso, periodo de formación práctica remunerada y posterior acreditación para ejercer la docencia.

4.2. Las características específicas del MUFP de matemáticas

Una de las primeras observaciones que se hacen notar en el ámbito de la educación matemática radica en que el MUFP se diseñó, en cuanto a las distintas especialidades, como una aplicación del célebre “café para todos”, tratando igualmente la especialidad de matemáticas que el resto. En el caso concreto que nos ocupa, la didáctica de las matemáticas tiene unas especificidades y, sobre todo, una trayectoria como área de investigación consolidada nacional e internacionalmente que la hacían merecedora de un tratamiento diferente. No pretendiendo ser más que nadie, podemos constatar que en el caso de otras especialidades no existe, como en matemáticas, el corpus de conocimiento científico surgido de la investigación en educación específico, ni se da la necesidad de profundizar tanto en aspectos de contenido como en aspectos didácticos y pedagógicos específicos, que están asentados en la comunidad científica y que habrían sido merecedores de un tratamiento, sino diferenciado, al menos más generoso en cuanto al protagonismo de las matemáticas y su didáctica en un MUFP en el que se diluye esta especificidad, a menudo en el ámbito genérico de la educación. Este efecto se constata al comprobar cómo incluso en algunas universidades parte del módulo específico como es la materia de innovación se imparte de manera conjunta para matemáticas y otras especialidades, bajo un enfoque generalista, y, evidentemente, no impartida por especialistas en innovación matemática. La didáctica de la matemática fue la pionera de las didácticas específicas, y durante muchos años el único objeto de investigación, los resultados que describen qué matemáticas y de qué tipo tiene que saber el futuro profesorado de matemáticas, a través de modelos de conocimiento especializado, han constituido una línea esencial en la investigación en educación matemática en los últimos años y no pueden ser obviados cuando se diseña un plan formativo inicial para el profesorado.

El diseño del máster de profesorado para matemáticas se ha llevado a cabo sin tener en cuenta las especificidades y la tradición de investigación en didáctica de la matemática, igualándolo con otras especialidades en las que no existe este conocimiento

Una cuestión que ha sido señalada por la literatura (Rico, 2004; Font, 2013) es la desconexión entre la formación teórica y práctica en la formación inicial de profesorado de matemáticas. El MUFP no ha sido ajeno a esta disfunción y, a pesar de las diferencias ya comentadas entre universidades, en general ha costado encontrar el engranaje necesario para que las dos formaciones se complementen

y se retroalimenten. Una causa importante de este hiato se encuentra en que, mayoritariamente, el profesorado que imparte docencia teórica en el máster es diferente del que acoge y tutora al alumnado durante su etapa práctica en el centro. Es cierto que hay un porcentaje importante de profesorado de secundaria que está implicado activamente, a través de figuras como la de profesor asociado o profesora asociada, en la docencia teórica del MUFP, pero también es obvio que no siempre este personal docente se encarga al tiempo de ser tutor o tutora en el periodo de formación práctica. Es imprescindible que haya una fluidez continua de información y de programación entre el profesorado universitario y el profesorado de secundaria que tutoriza al alumnado del MUFP, para que el aprendizaje y la enseñanza de la matemática no se vean como algo parcializado, sino que se logre encajar programaciones formativas. Sobre este tema, intentando apuntar posibles vías de mejora, se volverá más adelante.

4.3. El acceso y la admisión a la especialidad de matemáticas

Uno de los problemas relativos al máster que más reflejo ha tenido en los medios de comunicación social y especializados es la cuestión del acceso. Este problema ha evolucionado notablemente en los años de implantación del MUFP. En los primeros años, el problema se planteó por el acceso en igualdad en (o prácticamente) las mismas condiciones para quienes tenían una titulación de Matemáticas frente a quienes tenían titulaciones que se equiparasen, bien mediante un listado que las hacía homogéneas o bien porque se pedía haber superado al menos 30 ECTS de formación relacionada con las matemáticas (cuestión esta que, con una interpretación laxa de la relación, abarcaba prácticamente a todas las carreras excepto las de Humanidades). Se ha observado que, especialmente en los últimos años, la inserción laboral de los graduados y graduadas en Matemáticas está siendo muy buena, ofreciendo buenos puestos de trabajo, adecuados a la formación y con unos salarios con los que difícilmente puede competir el mundo de la educación. Por ello, están siendo minoría las personas egresadas de matemáticas que se adentran en la aventura de superar un máster habilitante y concurrir a unas oposiciones o buscar empleo en el sector privado de la educación.

En los últimos años están siendo minoría los graduados y las graduadas en matemáticas que cursan el máster de profesorado, lo que implica que muchas de las plazas están siendo cubiertas por egresados y egresadas de otras titulaciones

En los últimos años, muchos requisitos de acceso han ido modificándose para dar prevalencia a los titulados y las tituladas en Matemáticas y reducir, así, el problema inicialmente descrito de la adecuación del perfil del futuro profesorado de Matemáticas. Sin embargo, la mencionada alta inserción laboral de las personas tituladas en Matemáticas en el ámbito empresarial está llevando a que, en la práctica, lo que ocurre es que las plazas del MUFP de la especialidad de matemáticas son cubiertas por especialistas en la materia en un porcentaje entre bajo y muy bajo. Así, las vacantes se cubren con egresados y egresadas de otros campos en los que la inserción laboral ha empeorado en los últimos años, además de otras personas tituladas que tradicionalmente se han acercado al mundo de la educación matemática o que prefieren concurrir por el área de matemáticas a unas oposiciones porque la especialidad que les resulta naturalmente más cercana cuenta con muy pocas plazas. Así, por ejemplo, han abundado los y las tituladas en Arquitectura, Edificación, Caminos o Topografía tras el problema vivido con la crisis de la construcción y la obra civil. También hay titulados y tituladas en Ingeniería Industrial o en Física. Lamentablemente, esta descripción la debemos hacer basándonos en datos muy parciales pues, de modo sorprendente, no existe una base de datos a nivel nacional donde se pueda comprobar de qué carrera procede el estudiantado matriculado en el MUFP de matemáticas en el conjunto de las universidades españolas, y la recolección de los datos pasa por consultar universidad a universidad, encontrándonos con que muchas de ellas no tienen registrado ese campo en sus bases de datos (Muñiz-Rodríguez, 2017). Consultando la información pública, nos encontramos con que hay universidades que incluso admiten en la especialidad de matemáticas del MUFP a personas tituladas en estudios muy poco relacionados con el tema como, por ejemplo, Podología. Evidentemente, no podemos constatar si esta admisión potencial se ha concretado en algún curso en la admisión de una titulada o un titulado en estos estudios, pero la mera posibilidad ofrece un panorama poco prometedor para la calidad de formación matemática del futuro profesorado.

Este heterogéneo perfil de admisión impacta directamente en la formación matemática de base del estudiantado de la especialidad de Matemáticas del MUFP. En muchos casos, como se señala en el apartado correspondiente a la educación matemática en grados distintos al de Matemáticas, se constata una reducción notable de la cantidad de asignaturas de matemáticas que se cursan y, también, del nivel de profundización matemática de las mismas. Por ejemplo, en las ingenierías que en los planes anteriores al grado tenían una carga matemática

notable, en la actualidad, la formación matemática se concentra casi en su totalidad en el primer curso y está reducida a asignaturas que solo se pueden plantear de manera casi instrumental, con escasa profundidad conceptual. Este desconocimiento de la matemática, no a nivel de contenidos o de uso de los mismos, sino de significado de los conceptos utilizados, dificulta enormemente que quienes han recibido una formación matemática de estas características puedan cambiar radicalmente su planteamiento cuando cursan el MUFP, ya que lo que se necesita del futuro profesorado de secundaria es precisamente la capacidad de mirar las matemáticas del currículo desde un punto de vista superior (si hablamos de contenidos) o más profundo (si hablamos de competencias).

4.4. ¿Qué enseñar y cómo enseñarlo? Estructura de los MUFP

Otro problema que se ha constatado en algunas universidades es la reducción tanto del número de horas presenciales como del periodo de prácticas. La reducción de horas presenciales no debería ser muy problemática si la formación no presencial estuviese implantada de manera efectiva en las universidades presenciales. Pero la realidad es que esto no es mayoritariamente así, y tanto el profesorado como el alumnado se ve un poco perdido respecto a cómo utilizar las horas no presenciales de trabajo. Además, en los últimos años, se ha incrementado notablemente el número de universidades que imparten el MUFP *online*, matriculando a un número muy elevado de alumnos que no tienen la posibilidad de acceder a un prácticum con las debidas garantías.

La reducción del periodo de prácticas tiene un impacto negativo directo en la calidad de la formación de la persona titulada del MUFP en general, y en la especialidad de matemáticas, en particular, ya que es en ese periodo de trabajo con la tutora o el tutor del centro, viendo el día a día de una clase de Matemáticas, trabajando entre el que será el futuro alumnado, cuando de verdad se pueden poner en práctica los conocimientos teóricos tanto matemáticos como didácticos que se han ido adquiriendo.

Las situaciones señaladas anteriormente (perfil heterogéneo del alumnado, escasez de estudiantado procedente de matemáticas, reducción de las horas presenciales) inciden muy directamente en una cuestión fundamental: qué hacer y cómo hacerlo en las asignaturas de complementos de formación, de aprendizaje y enseñanza y de innovación educativa correspondientes al módulo específico de matemáticas. A este respecto, los inicios del MUFP generaron incertidumbres

y dispersión de enfoques. También la RSME, en colaboración con el CEMAT, planteó estas cuestiones en un seminario específico realizado en 2009. Posteriormente, se comenzaron a publicar los primeros manuales (Goñi, 2011a, 2011b, 2011c) y, recientemente, han salido a la luz otros (Rico y Moreno, 2016; Ortega, Berciano y Pecharromán, 2018; Arce Sánchez, Conejo Garrote y Muñoz Escolano, 2019), lo cual ayuda a que, dentro de la necesaria variedad de enfoques, haya o pueda haber cierta homogeneización en las asignaturas. Pero aún se plantean varias cuestiones como la de qué formación se puede proporcionar en la asignatura de complementos a estos perfiles de titulados y tituladas que han adquirido en su formación previa, una visión instrumental de las matemáticas, tendiendo a mecanizar procesos y a aplicarlos a problemas relacionados con su ámbito de trabajo, pero con poco espacio para planteamientos menos complicados en lo procedimental, aunque más profundos en lo conceptual. En una asignatura que oscila entre los 6 y los 8 créditos, con muchos no presenciales, no es posible salvar las lagunas formativas de ese perfil de alumnado.

Del mismo modo, la asignatura de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas queda muy limitada en sus posibilidades. Incluso para los titulados y las tituladas en Matemáticas, suele ser su primera aproximación al ámbito didáctico, ya que, en España, pocas universidades incluyen en los planes de estudio de Matemáticas alguna asignatura relacionada con la enseñanza. Y para los no titulados en Matemáticas el salto es aún mayor, porque tienen que enfrentarse doblemente a una aproximación didáctica a la matemática, cuando su formación ha sido orientada con otros fines.

La escasa relevancia de las asignaturas relacionadas con la educación matemática en los estudios de matemáticas es resultado de las últimas reformas de los planes de estudio. Años atrás, las licenciaturas en Matemáticas llegaron a contar incluso con una especialidad orientada al ámbito de la Educación Secundaria, pero las sucesivas reformas de los planes de estudio y, especialmente, la introducción de los grados, redujeron la carga docente de las licenciaturas y, además, supusieron en general una merma importante en la optatividad. En consecuencia, actualmente solo 6 de las 26 titulaciones de grado en Matemáticas que se imparten en las universidades públicas españolas cuentan con una asignatura (y solo una en cada plan, generalmente optativa) relacionada con la educación matemática. Esta situación impide que el alumnado de Matemáticas tenga una primera aproximación didáctica a la disciplina y merma las posibilidades de que se desarrolle su autoconcepto como futuro profesor o

profesora de Matemáticas. Es decir, es más difícil que el alumnado se plantee como salida profesional un trabajo con el que su único contacto se reduce a los años en los que fue estudiante.

Actualmente solo hay 6 de las 26 titulaciones de grado en Matemáticas que cuenten con una asignatura relacionada con la educación matemática. Introducir más materias de este tipo permitiría aumentar el contacto con la profesión docente de los futuros y futuras egresadas y comenzar su formación docente antes de ingresar en el máster

Algunas sociedades científicas, como la SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática: <http://www.seiem.es/>), han abogado por la introducción de un itinerario educativo (cuando hablamos de itinerario hablamos de intensificación o mención, en la terminología de los grados) en los grados de Matemáticas. Este itinerario tendría virtudes, sin duda, pero supone una importante modificación en el modelo por el que se ha apostado en España, y parece difícil que se pueda llevar a cabo únicamente para matemáticas. Porque la introducción de estos itinerarios educativos como paso previo al máster supondría cambiar el actual modelo consecutivo (en el cual se estudia primero la disciplina científica con un grado generalista y, después, se realiza un máster, donde se abordan los aspectos pedagógicos) por un modelo concurrente (en el que la formación en la didáctica específica comienza ya en el grado y se puede completar con un máster). En España, incluso el modelo del extinto CAP era consecutivo, como lo es el actual MUFP (Muñiz-Rodríguez et al., 2016), y resulta complicado pensar en buscar una solución que pase por implantar un modelo concurrente para todas las disciplinas (por falta de tradición, porque supondría vencer muchas inercias, y porque también tiene desventajas, señaladas por la literatura científica), pero más aún sería implantar ese modelo parcialmente solo para la especialidad de matemáticas. Por ello, una solución transaccional se podría conseguir con la introducción de asignaturas vinculadas a la educación matemática en todos los grados de Matemáticas. Esto permitiría, en primer lugar, paliar el problema descrito anteriormente sobre la falta de contacto con la profesión del estudiantado del Grado en Matemáticas y, en segundo lugar, sin modificar el modelo consecutivo, permitiría que el alumnado que siguiera este itinerario comenzara a formarse, descomprimiendo la formación didáctica que pueden recibir en un máster de un curso académico.

4.5. La importancia del prácticum

Sin duda, más allá de las asignaturas y de la necesaria conexión con el periodo de prácticas, que ya se señaló anteriormente, esta etapa (el prácticum) es la piedra clave para comenzar a observar, escuchar y poner en funcionamiento lo aprendido durante la formación teórica. Para lograr que tenga la importancia que le corresponde, resulta imprescindible que las comunidades autónomas y las universidades compartan buenas prácticas en cuanto a la selección de centros educativos y de profesorado tutor dentro de estos. Algunas comunidades (como Asturias) ya lo hacen, se han creado redes de centros de referencia que tienen que concurrir y pasar con éxito un proceso de selección, aunque no es un procedimiento generalizado en el conjunto de España. Está todavía menos desarrollado el proceso de selección o certificación del profesorado tutor, bien vinculado a una previa selección de los centros o bien en concurrencia independiente. Entendemos que es necesario avanzar en este sentido, certificando no solo centros sino también profesorado, y diseñando procedimientos efectivos. Hay modelos exitosos en otros países que podrían servir como ejemplo, como el sistema francés de centros de especialización profesional o la figura de profesorado investigador en la escuela en Italia.

Directamente vinculado a los procesos de certificación, debe abordarse, sin más demora, la cuestión del reconocimiento. El papel del profesorado tutor debe ser reconocido oficialmente por las universidades y las comunidades autónomas. No se trata solo, que también, de que tenga algún tipo de remuneración, sino reconocimiento formal como personal colaborador de la universidad, mediante créditos formativos para el docente. Existe una disparidad de modelos, en función de las combinaciones de comunidades autónomas y universidades, que genera muchas situaciones diferentes incluso dentro de la misma comunidad, con profesorado que ejerce de tutor en los centros de secundaria. Actualmente hay casos en los que este profesorado está remunerado o se le reconocen créditos de formación (por ejemplo, en Asturias son ambas), pero la gran mayoría del profesorado no tiene ningún reconocimiento o se limita a cuestiones fuera del ámbito profesional (por ejemplo, nombramientos de colaborador o colaboradora de honor en la universidad, acceso a las instalaciones universitarias, etc.).

Por otro lado, el prácticum deber tener una duración que permita afrontar con garantías la formación del futuro profesorado. Ni puede limitarse a unas pocas semanas de observación, ni debe enfrentar al futuro personal docente a

impartir una clase de Matemáticas nada más llegar al centro. La secuenciación de las tareas dentro del proceso de formación del profesorado de Matemáticas es esencial y compete tanto al centro educativo que acoge al alumnado como a las universidades, lo que de nuevo nos lleva a subrayar la importancia de la figura de los tutores del prácticum (tanto el tutor universitario como el de secundaria).

4.6. El papel del Trabajo de Fin de Máster (TFM)

El prácticum debe ser, además, el punto de partida del Trabajo de Fin de Máster (TFM). Se ha constatado en uno de los seminarios sobre el MUFP, anteriormente citados, que existe una gran variedad de enfoques en los TFM actuales: desde programaciones didácticas con alguna propuesta de innovación a innovaciones efectivamente implementadas y evaluadas o investigación en educación matemática, a distintos niveles (desde una iniciación hasta investigaciones más consolidadas), pasando incluso por TFM puramente matemáticos, sin relación directa con la Educación Secundaria. ¿Qué debe ser un TFM de la especialidad de matemáticas del MUFP? Es una pregunta difícil a la que ha intentado dar respuesta recientemente Flores (2018), insistiendo en varios aspectos que podríamos resumir en la profundización en una idea matemática que aparezca en secundaria, partiendo de un problema o situación de aula que haya detectado u observado en el prácticum. Este análisis permite que el futuro profesorado tenga que enfrentarse a la literatura científica acerca del concepto, competencia o procedimiento que está tratando, y conocer los principales problemas de su enseñanza y aprendizaje. Dependiendo de la entidad del problema, a partir de esta búsqueda se puede plantear el diseño de una situación de aula, una experiencia innovadora o la réplica de alguna investigación existente. Todo ello sin perder de vista nunca que, por su naturaleza, el TFM tiene un carácter profesionalizante, no necesariamente investigador, aunque sí puede dotar al futuro profesorado de Matemáticas de unos cimientos que le ayuden a desarrollarse profesionalmente, sabiendo dónde y cómo buscar literatura científica que le permita dar sustento a sus innovaciones.

4.7. Conclusiones

Todo lo expuesto anteriormente ha de situarse en un contexto de formación del profesorado de Matemáticas que, en España, habitualmente se desconecta de la formación continua. Se discute mucho sobre la formación inicial y sobre las competencias del egresado o egresada del máster, pero es escasa la investiga-

ción sobre la planificación a corto y medio plazo de la carrera del profesorado de Matemáticas de secundaria. Es obvio que no va a conocer todo ni saberlo hacer cuando finalice el MUFP, pero ni siquiera cuando lleve un año o dos de ejercicio profesional, hay competencias profesionales que se desarrollan a lo largo del tiempo. Incluso estas (Rico, Gómez y Cañadas, 2014; Muñiz-Rodríguez et al, 2017) están sujetas a debate, ya que en España las competencias oficiales de las y los egresados están fijadas de modo general para todas las especialidades del MUFP, sin entrar en las especificidades de las matemáticas. Es preciso, por lo tanto, definir las competencias en educación matemática de un profesor o una profesora de Matemáticas y su desarrollo a lo largo del tiempo. Pero, además, es necesario que ese desarrollo se conecte a la formación continua que se vaya a recibir. En muchos casos se constata que la formación continua generalista está bien representada pero la específica no suele estarlo. Hay un desequilibrio en el tipo y la intensidad de los cursos de actualización científica y de educación matemática que recibe el profesorado de Matemáticas, frente a la oferta disponible en formación educativa generalista. Las universidades deben involucrarse más en esta formación, haciendo llegar al personal docente en activo los resultados de investigación educativa que producen. Debe avanzarse en la implantación de formación más especializada como, por ejemplo, la experiencia de la especialización de los CEFIRE de la Comunidad Valenciana.

Es preciso definir las competencias en educación matemática del profesorado de Matemáticas, y cómo deben evolucionar a largo del tiempo, conectando este desarrollo con una formación continua especializada

Por último, debemos señalar que las sugerencias de mejora que se proponen para el MUFP perderán gran parte de su sentido si no se establece una mayor vinculación entre la formación recibida en el máster y las opciones laborales. Es decir, actualmente, cualquier persona titulada del MUFP, independientemente de la especialidad cursada, puede presentarse a las oposiciones de secundaria de la especialidad de Matemáticas. Una primera alternativa sería vincular la especialidad de la oposición con la del MUFP. Daría sentido así a que el máster se configure en especialidades y a que se esté invirtiendo una gran cantidad de recursos en esta formación específica. Si esta propuesta se considerase muy limitante (hay que tener en cuenta que estamos hablando de empleo público y tiene determinadas restricciones y procedimientos que exceden el ámbito de las matemáticas), cabe la posibilidad de admitir que cualquier titulado o titulada queda capacitada por el hecho de aprobar la oposición de matemáticas, pero se puede limitar (y, de

hecho, se ha realizado ya en alguna comunidad autónoma) su acceso a las listas de interinidad.

La especialidad de matemáticas en el máster debe ser la única que habilite para ejercer la profesión docente en Matemáticas, tanto en la educación pública como en la privada o la concertada

Paralelamente, consideramos que debe abrirse un debate sobre el contenido del temario y el formato de las oposiciones de secundaria de Matemáticas. El temario debe actualizarse y adaptarse a la estructura del sistema educativo: algunos temas están obsoletos y otros no están actualizados, por ejemplo, las TIC están prácticamente desaparecidas, y brillan por su ausencia los temas relacionados con la didáctica de la matemática. Por otro lado, no es posible determinar qué persona es apta para la profesión docente si el formato se limita a una oposición tradicional basada en la reproducción de contenidos y realización de ejercicios tipo. El profesorado de Matemáticas de secundaria debe ser capaz de conocer y comunicar la disciplina de modo que el aprendizaje de su alumnado sea efectivo. Por ello, es necesario que en la oposición se evalúen estas competencias, por ejemplo, mediante la resolución de problemas directamente relacionados con el currículo de secundaria y la demostración práctica de los recursos didácticos que deben ponerse en funcionamiento en el aula.

Mención aparte merece la educación concertada y privada, donde la regulación ministerial respecto a las especialidades es tan laxa que prácticamente cualquier titulado o titulada universitaria que no lo sea en Humanidades y que haya realizado el MUFPP en cualquier especialidad estaría habilitado para impartir Matemáticas. Esta situación se comenta por sí misma, y dada la importancia cuantitativa de la red privada y concertada en España, es imprescindible que se replantee esta habilitación.

5. LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

5.1. Características de las pruebas EBAU en España e interrogantes que plantean

5.1.1. *La relación de las pruebas y el currículo*

Las pruebas de titulación del Bachillerato o de acceso a la universidad basadas en currículo no son una originalidad de España, sino una forma de eva-

luación de un ciclo educativo muy frecuente en otros países, con diferencias en cuanto al periodo que abarcan, al tipo y duración de prueba y a las consecuencias académicas que puedan tener. No obstante, todas estas pruebas se apoyan en una evaluación basada en los contenidos del currículo, más que en una evaluación basada en las competencias, como es el caso, por ejemplo, del marco de las pruebas PISA.

Esta sujeción al currículo genera ventajas e inconvenientes, como ha sido señalado en la literatura internacional. Entre los autores que señalan las ventajas, Bishop (1997) muestra cómo este tipo de exámenes mejora los rendimientos del alumnado en las evaluaciones internacionales y Ou (2010) prueba que estudiantes que aprueban ajustadamente los exámenes de matemáticas en las pruebas de acceso son los que más posibilidades tienen de abandonar los estudios universitarios. Por lo tanto, aunque este apartado esté dedicado al acceso, será imposible desligar la discusión del debate sobre el currículo español de matemáticas en Bachillerato.

Dentro de los inconvenientes, Apple (1986) y Runté (1998) señalan que las evaluaciones basadas en un currículo fijado externamente generan una desprofesionalización de la tarea del profesorado, limitando su capacidad de tomar decisiones curriculares y dificultando una enseñanza centrada en el alumnado. Por su lado, Smith (1991) describe seis efectos de este tipo de examen, que resultan muy pertinente recordar: (1) sentimientos de vergüenza o miedo en el profesorado ante la publicación de las notas, (2) sentimientos de alienación en el profesorado ante la presión social por mejorar las puntuaciones en las pruebas, pese a contradecirse con sus ideas sobre la evaluación, (3) sentimientos de ansiedad en el profesorado, ante el impacto emocional y las consecuencias académicas de las pruebas sobre su alumnado, (4) reducción del tiempo dedicado a la instrucción frente al tiempo dedicado a preparar las pruebas, (5) limitación del currículo, para centrarse en aquello que aparece con frecuencia en las pruebas, generando reacciones de acomodación o de resistencia entre el profesorado y (6) adaptación de las metodologías docentes al tipo de ejercicio que se plantea en la prueba.

5.1.2. Trabajos empíricos sobre pruebas similares

El tipo de contenido matemático que fue objeto de evaluación en las pruebas de acceso universitarias en España, en sus distintas denominaciones (selectividad, PAU, EBAU/EvAU) han sido objeto de estudio por varios autores, aunque

no es muy abundante la literatura al respecto, teniendo en cuenta la relevancia y el impacto académico de las pruebas. Sí ha sido más abundante la literatura respecto al impacto global de las pruebas, su capacidad de predicción del rendimiento en la universidad o los factores que influyen en los resultados del alumnado. En el ámbito concreto de las matemáticas, los trabajos son muy variados y de distinto nivel de análisis. Hay estudios de los años 80 (Pastor, 1984; Goberna, López y Pastor, 1985) sobre el tipo de pruebas y su influencia en el quehacer del aula y el modo en que el profesorado modifica su práctica docente. Trabajos más recientes se centran en aspectos concretos sobre la presentación de determinados contenidos, como la integral definida (Contreras de la Fuente, Ordóñez Cañada y Wilhemli, 2010) o la estadística y la probabilidad (López-Martín et al., 2015; López-Martín et al., 2016). También encontramos estudios que relacionan las pruebas de acceso con el currículo de Bachillerato (Zamora Pérez, 2014) y de la universidad (Huidobro Rojo, Méndez García y Serrano Ortega, 2010), los libros de texto (Ruiz de Gauna et al., 2013), las prácticas del profesorado (Rodríguez-Muñiz et al., 2016) o la influencia de los correctores (Nortes Martínez-Artero, Nortes Checa y Lozano Pato, 2015; Arnal-Bailera, Muñoz-Escolano y Oller-Marcén, 2016; Mengual et al., 2019).

5.1.3. Resultados de las investigaciones empíricas

A pesar de la diversidad de enfoques y objetos de estudio, un análisis genérico de los trabajos referidos ofrece algunas conclusiones comunes a muchos de ellos y, además, poco variables a pesar de las modificaciones que las distintas leyes educativas han realizado en la prueba. En primer lugar, se evidencia una influencia determinante de las pruebas sobre la formación matemática que adquiere el alumnado, lo que sesga de manera notable el planteamiento curricular del profesorado, generando así diferencias entre comunidades autónomas. En segundo lugar, a pesar de que se constata la complejidad conceptual y procedimental de algunos de los ejercicios, se subraya una estructura fuertemente repetitiva, lo cual tiene el efecto beneficioso de ayudar a organizar la docencia, pero el efecto perjudicial de transformar la instrucción en un proceso de preparación para el examen. Los ejercicios son, en general, predecibles en estructura, centrándose en la reproducción (entendida dentro del marco de competencia matemática de PISA) y prácticamente nunca abordan cuestiones de conexión o reflexión: no se encuentran problemas abiertos, muy pocos son contextualizados y no requieren un uso avanzado del lenguaje matemático ni de la argumentación; son muy pocas las excepciones en las

que los estudiantes tienen que abordar la construcción de un modelo matemático para resolver el ejercicio o realizar una reflexión sobre la validez de la solución en el contexto del modelo. Finalmente, la influencia sobre la práctica docente queda también constatada, en el sentido descrito en otros países de la adaptación a la consecución de buenos resultados, sacrificando conscientemente otro tipo de instrucción más centrada en la competencia matemática.

Existe evidencia empírica sobre la influencia determinante que las pruebas de acceso ejercen sobre la formación matemática en Bachillerato, sobre la alta predictibilidad y el carácter meramente algorítmico del tipo de ejercicios que se plantean y sobre la influencia de las pruebas en la práctica docente, limitando la libertad del profesorado

5.1.4. *¿Cómo se crean las pruebas?*

De acuerdo con el Real Decreto-ley 5/2016, de 9 de diciembre, de medidas urgentes para la ampliación del calendario de implantación de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, las comunidades autónomas, en colaboración con las universidades, constituyen comisiones organizadoras de las pruebas que delegan la elaboración de los exámenes en ponencias donde deberían participar personal docente y experto, tanto de la universidad como de la Educación Secundaria. Esta situación refleja ciertas variaciones de unas comunidades a otras, puesto que en algunos casos sigue siendo la universidad la que lleva un mayor peso (por tradición, por haber solo una universidad en la comunidad autónoma, etc.), mientras que en otros casos se trabaja de manera más colegiada.

La estructura y los contenidos del examen quedan, pues, al criterio de estas ponencias o comisiones de materia, que deben seguir unas normas generales para todas las materias (que afectan, sobre todo, a la duración máxima de una hora y media), y unas matrices específicas por materia que recogen los estándares de aprendizaje evaluables asociados a las pruebas y el peso que cada bloque curricular de la materia debería tener en la nota final. Sobre estas matrices volveremos más adelante, baste ahora señalar que la actuación de las personas encargadas de la elaboración de las pruebas debería, en la medida de lo posible, moverse dentro del marco delimitado por estas matrices.

Otro elemento importante, que forma parte de lo que podríamos llamar estructura oculta de las pruebas (ya que no figura como tal en la norma, pero se da

por supuesto), son las reuniones de toma de contacto y coordinación que, con diferente periodicidad, el personal responsable de elaborar las pruebas mantiene con el profesorado de los centros de Bachillerato. En estas reuniones se palpa el sentir del profesorado de Bachillerato y se expone la estructura fijada para el examen, junto con las posibles novedades o variaciones que se hayan incluido para el curso: número de preguntas, tipo de ejercicios, combinaciones de bloques curriculares. En muchos casos, se puede constatar con facilidad que los acuerdos tomados o surgidos de estas reuniones de coordinación condicionan la prueba tanto o más que las propias matrices fijadas por el ministerio. En general en estos acuerdos, que en su mayoría están publicados en las páginas web de universidades o comisiones autonómicas de acceso a la universidad, se comprueba cómo establecen concreciones respecto, por ejemplo, a las dimensiones máximas de las matrices involucradas en los problemas de álgebra, el trabajo con la geometría tridimensional, el número de veces que se puede aplicar un método como el de integración por partes, el tipo de funciones que pueden aparecer en el cálculo integral, el tipo de variables aleatorias que pueden ser utilizadas en estadística o el tipo y número de ejercicios que pueden combinarse.

5.1.5. Conflicto: la interacción pruebas-profesorado genera un círculo vicioso que, en la práctica, hace muy difíciles modificar las pruebas. Interrogantes que se plantean

Brevemente, señalamos a continuación cuáles son las principales características en cuanto a la configuración de las pruebas y su elaboración y propuesta, ya que tiene también influencia en el porqué de la situación.

Aunque hemos señalado que en el caso de matemáticas (para las dos asignaturas de 2º de Bachillerato) es escasa la investigación sobre cómo ve esta prueba el profesorado de Bachillerato y cómo se enfrenta a ella. Los pocos datos contrastados mediante la evidencia empírica y el análisis de los acuerdos de las comisiones de materia, así como la opinión reflejada informalmente en las reuniones (como las que al respecto ha realizado, por ejemplo, el CEMAT), parecen converger respecto a dos problemas íntimamente ligados. Por un lado, y como ya se ha comentado, se percibe que las pruebas de matemáticas se ciñen, en general, a ejercicios muy mecanizados, con poco espacio para la argumentación matemática, la construcción de modelos, la contextualización de soluciones o la interpretación de las mismas. Esta limitación no supone que los ejercicios no sean pertinentes o que no utilicen objetos matemáticos del nivel adecuado a 2º de Bachillerato,

pero no se trata tanto de la complejidad conceptual del objeto como del escaso nivel de profundización requerido para manejarlo. Por otro, hay un sentimiento de rechazo a posibles cambios en el esquema de prueba; el profesorado se siente juzgado a través de las calificaciones obtenidas por su alumnado, una mínima variación de milésimas en las notas medias puede suponer que una o un estudiante no sea admitido en los estudios que desea. Por su parte, las universidades tampoco necesitan realizar una selección, sino más bien una ordenación, ya que la demanda no suele cubrir el conjunto de las plazas ofertadas, hay estudios de grado con una alta demanda, pero otros con baja. La combinación de estos dos factores contribuye a que se instale la sensación de que no se pueden hacer las pruebas de otro modo o, alternativamente, de que hacerlas de otro modo empeoraría la situación.

Por lo tanto, ante esta situación problemática, cabe plantearse varias preguntas: ¿tiene vigencia el actual modelo de prueba de matemáticas? ¿Se debe diseñar otro tipo de prueba de mayor profundización matemática? En caso afirmativo, ¿cómo la recibiría la comunidad educativa?

5.2. Posibles respuestas a los interrogantes y propuesta de mejora

5.2.1. Comparativa con otros países de referencia

Para dar respuesta a estos interrogantes, podemos utilizar como punto de partida el ejemplo de otros países de nuestro entorno. Lo primero que vemos al comparar nuestros exámenes con los de, por ejemplo, Italia o Francia, es que en estos países el tiempo dedicado al examen es notablemente mayor. Este hecho permite una profundización notablemente mayor en los ejercicios que se plantean, frente a la necesaria comprensión de contenidos del esquema español, en el cual se necesita hacer un barrido de un currículo muy extenso en solo una hora y media. También en Portugal la duración de la prueba es mayor (150 minutos frente a los 90 españoles) y se combinan ejercicios y problemas de respuesta abierta con cuestiones de múltiple elección de respuesta. Cabe señalar que, además, en Portugal muchas universidades realizan pruebas específicas de admisión sobre matemáticas, que añaden puntuación de cara a la admisión a determinados grados. Es cierto que en muchos de estos países la Educación Secundaria es mucho menos inclusiva que en España y existen itinerarios segregados para orientar al alumnado hacia la formación profesional o la educación superior no universitaria, de manera que las matemáticas que se plasman en estas pruebas

de titulación o pruebas de acceso son el reflejo de lo que se produce en el aula. No entraremos en el debate de si es mejor o peor para el sistema que la escuela segregue al alumnado por rendimiento y lo encauce, como en Alemania o los Países Bajos, a diferentes itinerarios con currículos notablemente distintos, pero es necesario tenerlo en cuenta en favor de una comparación rigurosa.

5.2.2. Cambiando el currículo se podrían cambiar las pruebas

El currículo de todo el Bachillerato español, especialmente en la modalidad de Ciencias y particularmente el de Matemáticas de 2º curso, es uno de los más densos de los países de nuestro entorno

Esta discusión nos lleva, inexorablemente, al currículo como elemento basal de las pruebas. El currículo de todo el Bachillerato español, especialmente en la modalidad de Ciencias, y particularmente el de 2º curso, que es el que fundamenta la EBAU/EvAU, es uno de los más densos de los países de nuestro entorno. Y cuando hablamos de densidad no lo hacemos en términos de profundidad matemática sino respecto a la cantidad y variedad de conceptos que abarca el currículo, y el tiempo que se le dedica en el Bachillerato. Este hecho es el que, inexorablemente, señala el profesorado de Matemáticas de secundaria cuando se aborda la cuestión de la EBAU/EvAU. Pueden surgir, por supuesto, otras características, pero la densidad del currículo siempre aparece como causa de que en la práctica docente se aborden algunos contenidos matemáticos de manera superficial. Y, en consecuencia, el profesorado es consciente de que una mayor profundización matemática en las pruebas causaría una reducción notable de las calificaciones, puesto que son conscientes de que apenas pueden profundizar en los conceptos ni trabajar la argumentación o el modelado. Esta sujeción curricular actúa, por lo tanto, como una traba que limita (y casi impide) los cambios en la prueba.

Este hecho se ha constatado con el nuevo modelo de prueba introducido con la aplicación de la LOMCE. El Ministerio propuso elaborar unas matrices de especificación en las cuales se determinaba el peso que cada bloque curricular debía tener en la puntuación de la prueba. Sobrepasando la tradicional división en cuatro bloques (Álgebra, Cálculo, Geometría y Estadística y Probabilidad) para Matemáticas (Bachillerato de Ciencias) y en tres (Álgebra, Cálculo y Estadística y Probabilidad) para Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, el Ministerio fijó que el bloque transversal de Procesos, métodos y actitudes en matemáti-

cas debía tener un peso mínimo en los estándares evaluables de la prueba. Para la determinación de estas matrices se crearon grupos de trabajo en los que participaron miembros de RSME y de FESPM, junto con expertos del INEE y del Ministerio. El resultado final incluyó el bloque transversal con un peso del 20 % en la calificación de la prueba. Teóricamente esto significaba que debían valorarse de manera explícita, y separadamente del contenido, aspectos como desarrollar un modelo, interpretar una solución en un contexto, utilizar el lenguaje matemático apropiado, argumentar, justificar y explicar matemáticamente, conectar las matemáticas y los problemas reales o tomar decisiones. Estas especificaciones, con un peso relevante pero no determinante, podrían haber sido, a nuestro juicio, un primer paso hacia la búsqueda de esa profundización matemática en las pruebas. Sin embargo, la comprobación de cómo esos estándares y pesos han sido plasmados en los exámenes propuestos en cada comunidad autónoma, conduce a pensar que han sido muy pocos los casos en los que esta evaluación está realmente presente, limitándose en la gran mayoría a indicar que el estándar del bloque 1 se satisface mediante un cálculo reproductivo similar a los que tradicionalmente venían estando presentes en los ejercicios anteriores. En cierta medida, ha sido una oportunidad perdida, porque habría servido para iniciar el proceso hacia una mayor profundización en los ejercicios, pero sin suponer una ruptura radical con el modelo anterior.

La perspectiva reciente, los actores involucrados y la estructura orgánica no parecen ofrecer un panorama muy alentador. Sin embargo, creemos que es posible avanzar en la línea indicada de hacer que en las pruebas se vean reflejados los distintos niveles de competencia matemática y no solo el de reproducción, sino también el de conexión y el de reflexión. El bloque 1 del currículo establece, en este sentido, una vía para encontrar el equilibrio entre la evaluación de contenidos y de competencias. A este respecto, entendemos que se debe promover la elaboración de pruebas piloto donde los procesos tengan relevancia para que el profesorado vaya conociendo el significado del bloque 1 curricular, que le ha sido impuesto. De esta manera, es factible que el personal docente de ambas etapas educativas (secundaria y universidad) experimente que es posible evaluar de otra manera sin que esto suponga ni una catástrofe en los resultados de la evaluación ni una merma importante en la competencia matemática del alumnado de nuevo ingreso en la universidad. Más al contrario, avanzar en diferentes niveles de competencia matemática supondría que quizá sobre el papel las y los nuevos universitarios no hayan estudiado todas las matemáticas de una lista intermina-

ble, pero conocerán con mayor profundidad aquellas que hayan estudiado. En este sentido, se propone potenciar desde las instituciones la formación del profesorado en cuanto a qué es la competencia matemática, qué significa el bloque 1 del currículo y cómo se evalúan destrezas procesuales como la modelización o el razonamiento matemático.

En cualquier caso, y como ya se ha señalado, entendemos que para ello es requisito despegarse de un currículo, como el actual, formado por la acumulación de contenidos con el paso de los años y las reformas educativas, siempre sin suprimir ninguno sino añadiendo más: véase el caso de la estadística y probabilidad en 2º de Bachillerato en la última reforma, añadida sin haber reducido ni uno solo de los bloques restantes, ya de por sí cargados. Debemos asumir que no por estudiar más contenidos se va a aprender más matemáticas. Debemos ser valientes a la hora de plantear que necesitamos que nuestro alumnado sepa matemáticas, no que haya oído hablar de muchos contenidos matemáticos. A este respecto, entendemos que es primordial mantener un debate abierto entre los agentes educativos sobre qué contenidos son prioritarios para el desarrollo de una formación matemática de los ciudadanos del mañana. Por último, sería conveniente armonizar los criterios a nivel estatal ya que, aunque hay diferencias entre los diseños curriculares de las comunidades autónomas, los efectos de las pruebas son válidos en todo el territorio nacional, lo cual puede generar desigualdades entre el alumnado de cara a sus opciones de admisión en los estudios universitarios.

Debemos asumir que no por estudiar más contenidos se va a aprender más matemáticas. Hemos de ser valientes a la hora de plantear que necesitamos que nuestro alumnado sepa matemáticas, no que haya oído hablar de muchos contenidos matemáticos

6. LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA NO REGLADA

Existen distintas entidades que organizan actividades destinadas a un público diverso (jóvenes en etapas preuniversitarias, estudiantes de grados no vinculados con las ciencias o la ingeniería, adultos, mayores, familias, etc.) que tienen a las matemáticas como eje central. La mayoría de estas actividades se implementan desde los vicerrectorados de extensión universitaria de las universidades públicas, siendo, sin embargo, cada vez más frecuente que estas involucren además

como actores fundamentales a ayuntamientos, comunidades autónomas o incluso entidades privadas (por ejemplo, fundaciones vinculadas a bancos o cajas de ahorros). Destacamos, como ejemplos más relevantes, las siguientes actividades organizadas:

- **Universidad de Mayores.** Casi la totalidad de las universidades públicas españolas (y muchas de las privadas) desarrollan programas específicos de formación para personas mayores (con diferentes edades de corte, según los casos, pero en general sobre 50 o más años). Según la Asociación Estatal de Programas Universitarios para Personas Mayores (AEPUM), se estima que esos programas involucran a más de 50.000 estudiantes (datos del curso 2017/2018). En dichos programas casi siempre existen cursos específicos de matemáticas, que se enmarcan esencialmente en las siguientes tipologías:
 - Revisión de conocimientos básicos (del nivel de secundaria/bachillerato), enfocados a alumnado con escasa formación que ven mejorada su autonomía y capacidades gracias, por ejemplo, a los conocimientos adquiridos en cálculo y estadística elementales. Estos cursos centran la gran mayoría de la oferta.
 - Matemáticas recreativas, esencialmente destinados a ejercitar las capacidades cognitivas del alumnado y relacionadas con los paradigmas de envejecimiento activo y estimulación cognitiva.
 - Matemáticas en escenarios concretos de aplicación: economía, electrónica, cosmología, criptografía, geografía, etc.
 - Matemáticas en conexión con otras disciplinas: artes, cine, literatura, etc.
- **Semana de la Ciencia/Noche de los Investigadores.** Este tipo de actividades, impulsadas en gran medida desde las Consejerías de Educación de las CC.AA, persiguen despertar vocaciones científicas e involucrar de modo genérico a la ciudadanía en la actividad científica desarrollada en su entorno. Las actividades relacionadas con las matemáticas suelen enfocarse hacia la divulgación, y destacan por presentar de manera dinámica y amena distintos aspectos de la matemática actual y su relación con otras ciencias y artes. Se imparten conferencias, pero la oferta es muy amplia y diversa incluyendo yincana, talleres, o incluso formatos más innovadores como *scape rooms* o *performances* (véase el capítulo sobre divulgación matemática en este Libro Blanco).

- **Promoción de disciplinas STEAM.** Dada la creciente necesidad de profesionales dentro de las llamadas disciplinas STEAM (ciencia, tecnología, ingeniería, artes y matemáticas), son numerosas las acciones de formación y captación de vocaciones en este ámbito (dirigidas en su mayoría a estudiantes de secundaria y bachillerato). Existen numerosos programas de mentoría (por ejemplo, el programa Mat-es-ella/Math-is-She, puesto en marcha por la RSME y EJE&CON, Asociación Española de Ejecutiv@s y Consejer@s), así como acciones directas de formación en esta dirección (como, por ejemplo, el programa TechInstitute, promovido por Samsung España).

El impacto de las actividades mencionadas se traduce en una mejora de la percepción social de la disciplina y genera una serie de consecuencias positivas para la educación matemática. En concreto, se consigue:

- Reforzar la imagen de las matemáticas como ciencia útil, omnipresente y amigable.
- Reducir los estereotipos negativos asociados al profesional de las matemáticas (escasa empatía, poca capacidad comunicativa, nulo interés por las aplicaciones...).
- Despertar el interés del público general por las investigaciones matemáticas y su impacto en nuestra sociedad.
- Sensibilización acerca de la importancia de la investigación en matemáticas (y demanda social de que esta sea financiada con medios públicos).
- Percepción de la relevancia de las matemáticas más allá del sector docente o académico.
- Apoyo decidido a las vocaciones tempranas matemáticas desde el entorno familiar.

Es por tanto imprescindible apoyar y promover este tipo de iniciativas desde las instituciones, reforzando la actual actividad (muchas veces, escasamente apoyada o reconocida) de las universidades públicas e involucrando cada vez en mayor medida al sector privado.

7. CONCLUSIONES

Las titulaciones de grado en Matemáticas y en Estadística cuentan con una importante implantación a nivel territorial y están presentes en la mayoría de las

comunidades autónomas. La oferta de plazas se encuentra en proceso de crecimiento, especialmente por la introducción de titulaciones de doble grado y de grados relacionados con la ciencia de datos, que están actualmente en un momento de expansión. La demanda ha experimentado un vuelco en los últimos años, pasando de cursos en los que, a nivel nacional, no se cubrían las plazas ofrecidas a una situación presente en la que el crecimiento de las notas de corte evidencia que la oferta no satisface la demanda de estudiantes que quieren cursar grados relacionados con matemáticas. La distribución de la matrícula muestra un notable sesgo de género, con unos porcentajes de mujeres matriculadas que han disminuido en los últimos años, lo cual refuerza la importancia de incidir en la búsqueda de vocaciones femeninas para estos estudios, tal y como se ha desarrollado en los últimos años, pero también de evaluar las acciones que actualmente se llevan a cabo, en términos de eficiencia.

El estudio de los indicadores de calidad muestra que es necesario prestar atención al fenómeno del abandono, que no parece conciliarse con la selección realizada en los últimos años a través de la nota de corte en la admisión a los estudios. Es preciso realizar un estudio específico de las causas que motivan este abandono, especialmente para comprobar si hay un desajuste entre la expectativa del nuevo alumnado y lo que realmente se encuentra en los grados. Además, es necesario analizar por qué la movilidad del estudiantado es tan baja, siendo las matemáticas una disciplina con características muy globales que permitirían, a priori, su estudio en otro país sin grandes dificultades de contexto.

Los dobles grados de matemáticas con otras disciplinas muestran un panorama complejo. Por un lado, están contribuyendo a atraer estudiantes con altas calificaciones a los grados (tanto a los dobles como, por efecto llamada, a los sencillos) y parecen tener una buena acogida en el mundo laboral. Por otro lado, surgen dudas respecto a la dificultad de cursar dos grados simultáneamente y sus posibles efectos negativos en los expedientes del alumnado y en su acceso a futuros programas de investigación.

En cuanto a la educación matemática en estudios distintos a los de matemáticas, en el trabajo se constata, ilustrándolo detalladamente con el caso de los grados de economía, empresa y de ingeniería, que la adaptación al espacio europeo ha culminado un proceso, iniciado anteriormente, de reducción de la formación matemática, en cuanto a cantidad y a calidad.

Particularmente, en los grados de economía y empresa se constata una enorme heterogeneidad en los perfiles de acceso que lleva a que incluso ingresen estudiantes que no han cursado asignaturas de matemáticas en su bachillerato. Este hecho genera graves problemas en sus posibilidades de éxito en los estudios, lo que sugiere, entre otras actuaciones, reforzar la formación matemática en estos grados para adaptarla a la realidad de los perfiles de ingreso e incidir especialmente en la orientación preuniversitaria para una adecuada elección de materias en Bachillerato.

En el caso de las ingenierías y arquitecturas, la reducción de los créditos en matemáticas, unida a su concentración en los primeros cursos, ha provocado que la tradicional buena formación matemática de los titulados y las tituladas se haya pasado a profesionales que, mayoritariamente, adquieren una concepción algorítmica de la matemática, reduciéndola a un carácter instrumental. Se propone un aumento de la formación matemática, pero, sobre todo, una mejora de la misma, haciendo más hincapié en los procesos matemáticos como la modelización, la resolución de problemas o el razonamiento y la prueba. Se debe adaptar la instrucción matemática que reciben los ingenieros y las ingenieras a los procesos matemáticos que actualmente se demandan, que ya no pasan por los grandes desarrollos procedimentales.

Resulta difícil analizar globalmente los estudios de máster de matemáticas, dada la enorme dispersión y la alta variabilidad en la oferta de las universidades españolas. Una de las vías que se proponen para intentar paliar esta dispersión es incrementar la colaboración entre grupos de investigación de la misma área; dispersos geográficamente, difícilmente alcanzan una masa crítica de alumnado para poder mantener un máster, pero aunando esfuerzos se pueden lograr ofertas formativas que garanticen el reemplazo generacional en la investigación matemática. De todos modos, es preciso mejorar la organización colegiada de estos másteres, dado que algunos que ya se imparten han evidenciado disfunciones organizativas derivadas de las distintas normativas de cada universidad (por ejemplo, con tasas académicas diferentes para cursar el mismo máster).

También se señala la necesidad de que los grados en Matemáticas amplíen su visión para dar cabida a nuevas áreas de aplicación de las matemáticas en disciplinas donde son cruciales. Los graduados y las graduadas en Matemáticas no se sienten especialmente orientados hacia másteres multidisciplinares, como sí ocurre en países de nuestro ámbito.

Por otro lado, se ha analizado particularmente el caso del Máster de Formación del Profesorado. Se concluye que se necesita una definición, específica para el caso de la matemática, de las competencias de un profesor o una profesora cuando completa el máster y también diseñar un itinerario que indique qué competencias debe adquirir, al menos, en los primeros años de su ejercicio profesional. Este marco competencial serviría para organizar una formación continua específica de matemáticas y de didáctica de la matemática, que complemente el desarrollo profesional del profesorado al comienzo de su carrera con un apoyo permanente. Esta formación no debe dejar al margen el conocimiento que se genera en la universidad, especialmente en el ámbito de la didáctica específica.

Resulta especialmente preocupante la disminución del porcentaje de egresados y egresadas en Matemáticas en la especialidad de matemáticas del máster. Las facultades de Matemáticas no están titulando suficientes personas para cubrir la demanda del sistema educativo. Esto provoca que personas procedentes de grados diferentes ingresen en la especialidad (es llamativa la llegada de titulados y tituladas en Ingenierías y Arquitectura en los últimos años por la crisis de la construcción), generando frecuentemente desajustes por el tipo de formación matemática, muy instrumental, que han recibido.

La especialidad que se cursa en el máster debe estar vinculada a la especialidad docente a la que se accede: desvirtúa completamente la formación que se pueda cursar, por ejemplo, la especialidad de tecnología del máster, pero se pueda acceder a la especialidad docente de matemáticas. Más grave es el problema en las redes educativas privada y concertada, donde los titulados y las tituladas de ciencias, ingenierías y ciencias de la salud, y gran parte de los y las de ciencias sociales pueden impartir clase de matemáticas sin ninguna restricción adicional sobre su formación previa.

Los exámenes de matemáticas en las pruebas de acceso a la universidad en España resisten mal la comparación con las de otros países de la UE. Nuestro país es excepcional por la pretensión de evaluar del currículo de un año en una hora y media, siendo mayor (en ocasiones, mucho mayor, como en Francia) la duración de otros países. Esta primera limitación temporal impide que se puedan plantear problemas abiertos, que requerirían poder pensar sin la presión de agotar el tiempo disponible. A esta limitación se le suma la desmedida densidad de contenidos del currículo de 2º de Bachillerato. Esta carga tan enorme hace que tanto el profesorado que imparte las asignaturas como el que elabora las

pruebas de acceso se centre en los procesos algorítmicos para poder cubrir todo el currículo de contenidos.

Dicho de otra forma, los contenidos impiden que se desarrollen procesos matemáticos como la resolución de problemas, el razonamiento y la argumentación, la interpretación de las matemáticas en distintos contextos, la modelización o la generalización. Es necesaria una revisión profunda del currículo que dé más peso a los procesos y reduzca la cantidad de contenidos, ya que los resultados evidencian que no por tratar más contenidos se aprenden mejor. En este sentido, nuestro currículo ya incluye los procesos en el denominado bloque 1 (“Procesos, métodos y actitudes en matemáticas”) que tiene un peso de un 20% asignado en la matriz de especificaciones de la prueba. Pero el análisis de las pruebas propuesta bajo este marco es pesimista en cuanto a que no se está evaluando adecuadamente.

Por último, se han señalado distintas actividades de educación no formal e informal, o enseñanzas no regladas, que están teniendo un gran impacto social. Muchas de ellas están intrínsecamente relacionadas con la divulgación, pero están organizadas en programas de estudio específicos, como los programas para mayores de las distintas universidades.

8. REFERENCIAS

- ANECA 2005a, *Libro blanco del título de Grado en Matemáticas*, disponible en www.aneca.es/var/media/150436/libroblanco_jun05_matematicas.pdf.
- ANECA 2005b, *Libro blanco del título de Grado en Estadística*, disponible en http://www.aneca.es/media/150324/libroblanco_estadistica_def.pdf.
- ANECA 2015, “Evaluación para determinar la correspondencia de los títulos oficiales de Arquitectura, Ingeniería, Licenciatura, Arquitectura Técnica, Ingeniería Técnica y Diplomatura a los niveles del Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos”, disponible en <https://tinyurl.com/y2am48ha>.
- Arce Sánchez, M., Conejo Garrote, L., y Muñoz Escolano, J.M. 2019, *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*, Síntesis, Madrid.
- Arnal-Bailera, A., Muñoz-Escolano, J.M., Oller-Marcén, A. 2016, “Caracterización de las actuaciones de correctores al calificar pruebas escritas de matemáticas”, *Revista de Educación*, vol. 371, pp. 31-55.

- Apple, M.W. 1986, *Teachers and texts: A political economy of class and gender relations in education*, Routledge, New York.
- Bernardo, A., Cerezo, R., Rodríguez-Muñiz, L.J., Núñez, J.C., Tuero, E. y Esteban, M. 2015, “Predicción del abandono universitario: variables explicativas y medidas de prevención”, *Revista Fuentes*, vol. 16, pp. 63–84.
- Bishop, J. 1997, “The effect of national standards and curriculum-based exams on achievement”, *The American Economic Review*, vol. 87, 2, pp. 260-264.
- Busto Caballero, A.I., Calvo Martín, M.E. y Escribano Ródenas, M. C. 2006, “El conflicto entre las Matemáticas del Bachillerato y las Matemáticas de los primeros cursos de las Facultades de Económicas y Empresariales”, *Anales de ASEPUMA*, vol. 10, pp. 1-32.
- Carrillo Fernández, M., Cruz Báez, D.I., Gil Fariña, M.C., González Concepción, C., Pestano Gabino, C. y Sosa Martín, D.N. 2012, “Evolución de los contenidos de las matemáticas en la pau y relación con los conocimientos previos del alumnado en los grados de Economía y ADE”, *Anales de ASEPUMA*, vol. 20.
- Carrillo Fernández, M., González Concepción, C. y Sosa Martín D. N. 2013, “Una triple visión sobre la adecuación de las matemáticas impartidas en bachillerato para los grados de economía y ADE”, *Anales de ASEPUMA*, vol. 21.
- Carrillo Fernández, M., Cruz Báez, D.I., Gil Fariña M.C., González Concepción, C., Pestano Gabino, C. y Sosa Martín, D. N. 2014, “Análisis de la formación matemática preuniversitaria con datos españoles y consecuencias en los estudios de Economía y Empresa: el caso de la Universidad de La Laguna”, *Revista Internacional de Economía y Gestión de las Organizaciones*, vol. 3, 1, pp. 59-81.
- CEMAT Comisión de Educación 2018, “Conclusiones del Seminario sobre formación inicial del profesorado de matemáticas de Educación Secundaria”.
- Contreras de la Fuente, A., Ordóñez Cañada, L., Wilhemli, M.R. 2010, “Influencia de las pruebas de acceso a la universidad en la enseñanza de la integral definida en el Bachillerato”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 28, 3, pp. 367-384.
- Corral, N. 2017, “El abandono del Grado en Matemáticas”, Comunicación oral en la Conferencia de Decanos de Matemáticas, La Laguna, febrero de 2017.

- Flores, P. 2018, “Cierre de la formación inicial como profesor de matemáticas de secundaria, el TFM”, Sesión de Formación y Docencia Universitaria, XXII Simposio de la SEIEM, Universidad de Oviedo, Gijón.
- Font, V. 2013, “La formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria en España”, *Revista Binacional Brasil Argentina*, vol. 2, 2, pp. 49–62.
- García, M.A. 2019, “Abandono en los Grados en Matemáticas: comparación con otros grados de Ciencias”, Comunicación oral en la Conferencia de Decanos de Matemáticas, Castellón, abril de 2019.
- Goberna, M.A., López, M.A., Pastor, J. 1985, “La influencia del examen de selectividad en la enseñanza (análisis de una experiencia en matemáticas de COU)”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 3, 3, pp. 181-184.
- Goñi, J.M. (Coord.) 2011a, *Matemáticas. Complementos de Formación Disciplinar*, Graó, Barcelona.
- Goñi, J.M. (Coord.) 2011b, *Didáctica de las matemáticas*, Graó, Barcelona.
- Goñi, J.M. (Coord.) 2011c, *Matemáticas. Innovación, investigación y buenas prácticas*, Graó, Barcelona.
- Huidobro Rojo, J.Á., Méndez García, M.A. y Serrano Ortega, M.L. 2010, “Del Bachillerato a la Universidad: las Matemáticas en las carreras de ciencias y tecnología”, *Aula Abierta*, vol. 38, 1, pp. 71-80.
- Informe IUNE 2016, *Actividad investigadora de la Universidad Española*, disponible en <http://www.informes.iune.es/Informe%20IUNE%202016.pdf>.
- López-Martín, M.M., Contreras, J.M., Carretero, M., Serrano, L. 2015, “Análisis de los problemas de probabilidad propuestos en las pruebas de acceso a la Universidad en Andalucía”, *Avances de Investigación en Educación Matemática*, vol. 9, pp. 65-84.
- López-Martín, M.M., Batanero, C., Díaz-Batanero, C., Gea, M.M. 2016, “La inferencia estadística en las pruebas de acceso a la universidad en Andalucía”, *Revista Paranaense de Educação Matemática*, vol. 5, 8, pp. 33-59.
- Mengual, E., Albarracín, L., Muñoz-Escolano, J. M., Oller-Marcén, A. M. y Gorgorió, N. 2019, “Diseño de criterios para reducir la variabilidad en la calificación de exámenes de matemáticas en pruebas de acceso a la universidad”, *PNA*, vol. 13, 2, pp. 62-83.

- Ministerio de Educación y Ciencia, 1982, “Orden de 14 de junio de 1982 por la que se aprueba la modificación del plan de estudios de Ingeniero de Caminos Canales y Puertos, dependiente de la Universidad Politécnica de Valencia”, Boletín Oficial del Estado, 202, 24-8-1982, pp. 22786-22787.
- Ministerio de Educación y Ciencia, 1983a, “Orden del 31 de mayo de 1983 por la que se modifica el plan de estudios de La Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos, dependiente de la Universidad Politécnica de Barcelona”, Boletín Oficial del Estado, 162, 8-7-1983, pp. 19128-19129.
- Ministerio de Educación y Ciencia, 1983b, “Orden del 27 de junio de 1983 por la que se aprueba la modificación del plan de estudios de Ingeniero de Caminos Canales y Puertos, dependiente de la Universidad Politécnica de Madrid”, Boletín Oficial del Estado, 216, 9-9-1983, pp. 24937-24938.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte 2016, *Estadística del gasto público en educación*, disponible en <http://www.educacionyfp.gob.es/dms/mecd/servicios-al-ciudadano-mecd/estadisticas/educacion/recursos-economicos/gasto-publico/2016/2016NotaRes.pdf>.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional 2019, *Estadísticas e Informes Universitarios, Estadística de estudiantes*, disponible en <http://www.educacionyfp.gob.es/servicios-al-ciudadano-mecd/estadisticas/educacion/universitaria/estadisticas/alumnado.html>.
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., Rodríguez-Muñiz, L. J. y Valcke, M. 2016, “¿Hay un vacío en la formación inicial del profesorado de matemáticas de Secundaria en España respecto a otros países?”, *Revista de Educación*, vol. 372, pp. 111-140.
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., Rodríguez-Muñiz, L. J. y Valcke, M. 2017, “Developing and validating a competence framework for secondary mathematics student teachers through a Delphi method”, *Journal of Education for Teaching*, vol. 43, 4, pp. 383-399.
- Muñiz-Rodríguez, L. 2017, *Initial education of future secondary mathematics teachers in Spain*, Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo, Oviedo, disponible en http://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/10651/45638/1/TD_LauraMunizRodriguez.pdf.

- Nortes Martínez-Artero, R., Nortes Checa, A., Lozano Pato, F. 2015, “Las correcciones en matemáticas en las Pruebas de Acceso a la Universidad”, *Educación Siglo XXI*, vol. 33, 3, pp. 199-222.
- OECD 2018, *Panorama de la educación 2017: Indicadores de la OCDE*, Fundación Santillana, Madrid.
- Ortega, T., Berciano, A., y Pecharromán, C. 2018, *Complementos de formación matemática*, Síntesis, Madrid.
- Otero, V., y González, M.C. 2017, “Reseña de la XVII Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas celebrada en la Universidad de La Laguna del 23 al 25 de febrero de 2017”, *La Gaceta de la RSME*, vol. 20(2017), 2, pp. 257–267.
- Ou, D. 2010, “To leave or not to leave? A regression discontinuity analysis of the impact of failing the high school exit exam”, *Economics of Education Review*, vol. 29, pp. 171-186.
- Pastor, J. 1984, “Las pruebas de matemáticas en los exámenes de acceso”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 2, 1, pp. 17-24.
- QEDU 2019. *Qué estudiar y dónde en la universidad (QEDU)*, disponible en <https://www.educacion.gob.es/notasdecorte>
- Rico, L. 2004, “Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria”, *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, vol. 8, 1, pp. 1–15.
- Rico, L., Gómez, P. y Cañadas, M. C. 2014, “Formación inicial en educación matemática de los maestros de Primaria en España, 1991- 2010”, *Revista de Educación*, vol. 363, pp. 35–59.
- Rico, L., Moreno, A. 2016, *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*, Pirámide, Madrid.
- Rodríguez-Muñiz, L.J., Díaz, P., Mier V. y Alonso, P. 2016, “Washback Effect of University Entrance exams in Applied Mathematics to Social Sciences”, *PLoS ONE*, vol. 11(12), e0167544.
- Ruiz de Gauna, J., Dávila, P., Etxebarria, J. y Sarasua, J.M. 2013, “Pruebas de selectividad en matemáticas en la UPV-EHU. Resultados y opiniones de los profesores”, *Revista de Educación*, vol. 362, pp. 217-246.

- Runté, R. 1998, “The impact of centralized examinations on teacher professionalism”, *Canadian Journal of Education*, vol. 23, 2, pp. 166-181.
- Smith, M.L. 1991, “The effects of external testing on teachers”, *Educational Researcher*, vol. 20, 5, pp. 8-11.
- Universidad Politécnica de Cataluña 1995, “Resolución del 15 de septiembre de 1995, de la Universidad Politécnica de Cataluña, por la que se ordena la publicación del plan de estudios de Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, perteneciente a esta Universidad”, Boletín Oficial del Estado, 252, 21-10-1995, pp. 283-298.
- Universidad Politécnica de Madrid 2019, “Plan de Estudios del Grado en Ingeniería Biomédica”, disponible en <https://www.etsit.upm.es/estudios/grado-en-ingenieria-biomedica/plan-de-estudios/asignaturas.html>.
- Universidad Politécnica de Valencia 1997, “Resolución del 7 de mayo de 1997, de la Universidad Politécnica de Valencia, por la que se ordena la publicación del plan de estudios de Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de dicha Universidad”, Boletín Oficial del Estado, 121, 21-05-1997, pp. 15794-15817.
- Universitat Politècnica de Catalunya 2019, “Plan de estudios del Grado en Ingeniería Biomédica”, disponible en <https://www.upc.edu/es/grados/ingenieria-biomedica-barcelona-eebe>.
- Universitat Politècnica de València 2019, “Plan de estudios del Grado en Ingeniería Biomédica”, disponible en http://www.upv.es/titulaciones/GIB/menu_1014824c.html.
- Vázquez Cueto, M.J., Camacho Peñalosa, M.E., García Moreno, M.P., Masero Moreno, J. y Zapata Reina, A. 2009, “Adecuación de los conocimientos matemáticos previos a los estudios de tipo económico-empresarial”, *Revista de Enseñanza Universitaria*, vol. 34, pp. 37-43.
- Zamora Pérez, M.R.F. 2014, *Análisis de las Pruebas de Acceso a las universidades de Castilla y León (Matemáticas II)*, Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid, Valladolid.